

METADIFUSORES: DIFUSORES ACÚSTICOS ULTRAFINOS BASADOS EN METAMATERIALES

PACS: 43.55.Br

Noé Jiménez¹, Trevor J. Cox², Vicent Romero-García¹, Jean-Philippe Groby¹

¹ Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, UMR CNRS 6613

Av. Olivier Messiaen

72000 Le Mans, France

E-mail: nojigon@upv.es

² Acoustics Research Centre, University of Salford, Great Manchester, UK.

Palabras Clave: difusor, metamaterial, absorción perfecta, resonador de Helmholtz.

ABSTRACT

Schröder diffusers are composed by a flat panel perforated by a series of wells, where each well acts as a quarter wavelength resonator. Then, by tuning the depth of each well the spatially-dependent reflection coefficient can be tuned to a given sequence. When the magnitude of the spatial-Fourier transform of the reflection coefficient is flat the panel reflects the incoming waves in all directions, i.e., the reflection is diffuse. However, the depth of the wells in Schröder diffusers is about half wavelength, limiting its applications for low-frequency sound diffusion and in small critical-listening rooms. In this work, we present a novel approach to construct sound diffusers based on metamaterials, namely *metadiffusers*. The structure consists on a slotted flat panel, where in the wall of each slit a set of Helmholtz resonators is placed. Using a transfer matrix method and numerical validation we present *metadiffusers* based on quadratic residue and primitive root sequences where the thickness of the panel is between 20 and 46 times smaller than the design wavelength. As thermoviscous losses were included, by tuning the geometry of the material perfect absorption can be obtained. Then, we present for the first time the efficient design of low frequency diffusers using ternary sequences. Finally, optimization methods were used to generate a *metadiffuser* showing a high normalized diffusion coefficient greater than 0.8 in a frequency range covering between 250 and 2000 Hz, while the thickness of the panel was 3 cm, 40 times smaller than the impinging wavelength.

RESUMEN

Los difusores de Schröder consisten en paneles ranurados en los que cada hendidura actúa a modo de resonador de cuarto de longitud de onda. Así, ajustando la profundidad de cada ranura acorde a una secuencia numérica se obtiene una determinada distribución espacial del coeficiente de reflexión. Cuando dichos paneles presentan un coeficiente de reflexión cuya transformada de Fourier espacial es plana, la estructura refleja las ondas acústicas en todas direcciones y de manera uniforme. Sin embargo, los difusores de Schröder clásicos presentan un grosor aproximado de una mitad de la longitud de onda, lo que limita su aplicación para difusión de baja frecuencia o en espacios reducidos. En este trabajo presentamos un nuevo concepto de difusor acústico basado en metamateriales, denominados *metadifusores*. Se trata de paneles ranurados en los que sobre cada ranura se coloca un array de resonadores de Helmholtz. Empleando el método analítico de la matriz de transferencia y la validación numérica incluyendo los efectos termoviscosos, se presentan diseños análogos a los difusores de residuo cuadrático y difusores de raíz primitiva en los que el panel presenta un grosor de entre 20 y 46 veces menor que la longitud de onda incidente. Por otro lado, empleando la absorción perfecta producida por los metamateriales, presentamos por primera vez el diseño eficiente en baja frecuencia de difusores basados

en secuencias ternarias. Finalmente, métodos de optimización genética son usados para diseñar un panel presentando un alto valor del coeficiente de difusión normalizado (mayor de 0.8) en un rango de frecuencias de entre 250 y 2000 Hz, mientras que el grosor del panel es 40 veces menor que la longitud de onda incidente, siendo el espesor total del panel 3 cm.

1. INTRODUCCIÓN

Los tratamientos acústicos más comunes en acústica de salas se basan en superficies planas, lo que provoca reflexiones especulares. En salas de escucha y grabación donde la calidad de la audición es crítica, como es el caso de auditorios y salas de conciertos, salas de control para radiodifusión y grabación de audio, estudios de grabación o salas de conferencia, dichas reflexiones pueden en muchas circunstancias disminuir la calidad del sonido modificando la respuesta de la sala por medio de fuertes ecos o coloración del sonido [1]. Incluso cuando estas reflexiones especulares son atenuadas mediante absorción acústica, el campo acústico puede ser no difuso, afectando la calidad de la escucha. Una manera de solucionar dichos problemas, tradicionalmente se emplean difusores de sonido. Los difusores de sonido son paneles acústicos que presentan una función de scattering uniforme, es decir, las ondas incidentes se reflejan en muchas direcciones diferentes a la especular.

El scattering de una superficie reflectante caracteriza el comportamiento de un difusor. Así, para un panel finito de lado $2b$, el scattering en campo lejano, $p_s(\theta)$ de dicha superficie localmente reactante con un coeficiente de reflexión dependiente del espacio, $R(x)$, viene dado, es su aproximación más simple, por la integral de Fraunhofer como [2]:

$$p_s(\theta) = \int_{-b}^{+b} R(x) e^{jk_0 \sin \theta x} dx, \quad (1)$$

Donde θ es el ángulo polar y k_0 es el número de onda en aire. Es importante señalar que el scattering en campo lejano es esencialmente una transformada de Fourier espacial del coeficiente de reflexión. Por ello, paneles que presenten coeficientes de reflexión cuya transformada de Fourier sea uniforme serán candidatos a difusores [3].

Para obtener dichas distribuciones de coeficiente de reflexión, tradicionalmente se han empleado *phase grating difusers*, también conocidos como difusores de Schröder después de su primera proposición en 1975 [3]. Estos materiales consisten en paneles planos perforados con una serie de hendiduras de diferente profundidad que actúan a modo de resonadores de cuarto de longitud de onda [4,5], como mostramos en la Fig.1(a). Ello permite variar el coeficiente de reflexión ajustando la profundidad de cada hendidura, obteniendo así una distribución espacial del coeficiente de reflexión. De esta manera, se puede ajustar la longitud de las ranuras siguiendo una secuencia numérica dada para conseguir una distribución espacial del coeficiente de reflexión cuya transformada de Fourier sea plana. El máximo cambio en la fase del coeficiente de reflexión para una hendidura aparece en su resonancia de cuarto de onda, es decir, $L=c_0/4f$ donde f es la frecuencia, L la profundidad de la hendidura y c_0 la velocidad del sonido en aire. Por tanto, una limitación de los difusores de Schröder es que la profundidad de los paneles resulta excesiva cuando se trata de diseños para bajas frecuencias.

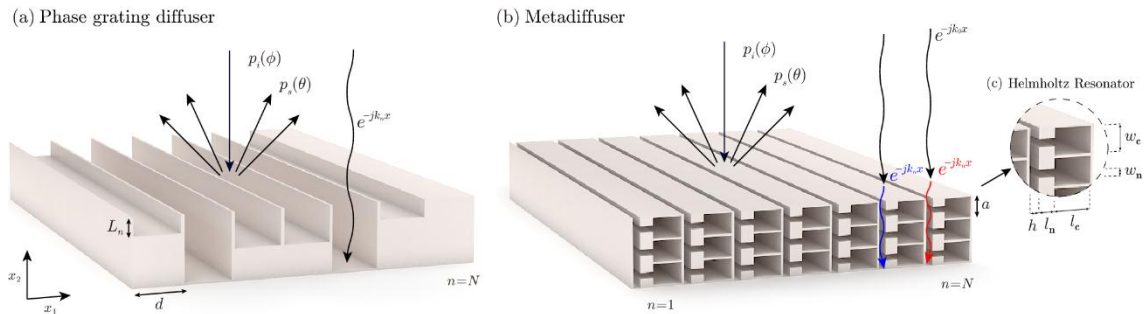


Fig. 1 (a) Esquema de un difusor de residuo cuadrático y de un metadifusor compuesto por N=7 hendiduras, cada una con M=3 resonadores de Helmholtz.

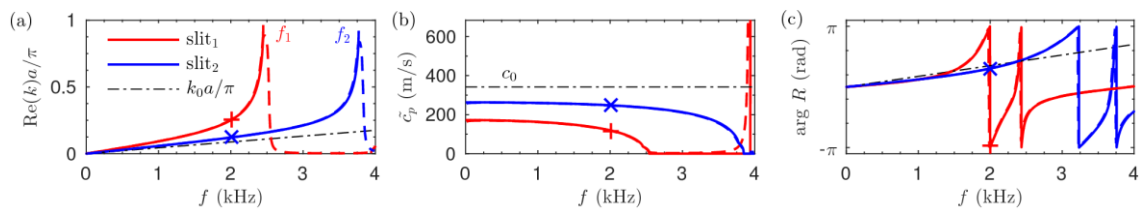


Fig. 2 (a) Numero de onda (parte real) en dos de las ranuras de un metadifusor, (b) velocidad de fase (c) fase del coeficiente de reflexión.

Varias estrategias se han llevado a cabo en el pasado para reducir el grosor de los paneles. Como las hendiduras de los paneles tienen varias longitudes, se ha propuesto el plegado de las mismas para minimizar el espacio [6-8]. Sin embargo, a altas frecuencias el sonido no se refleja en las hendiduras plegadas por los que un diseño preciso ha de ser llevado a cabo. Usando plegamiento, se puede reducir a la mitad el espesor del panel respecto de un difusor de Schröder. Otras estrategias incluyen el uso de resonadores de Helmholtz en lugar de los de cuarto de longitud de onda [9-11], paneles planos con parches de absorbente, es decir, superficies híbridas [11], o difusores activos [12]. Recientemente, cristales de sonido han sido propuestos para construir difusores acústicos [13-14]. Los cristales de sonido son materiales altamente dispersivos y anisotrópicos.

Empleando resonancias locales también se puede introducir dispersión fuerte en metamateriales [15]. En estas estructuras, la velocidad de fase puede fuertemente ser modificada y materiales con propiedad exóticas tales como densidad efectiva y/o módulo de bulk negativos pueden ser diseñados [16, 17]. Empleando dichas propiedades, los metamateriales han sido recientemente empleados para diseñar absorbentes acústicos y meta-superficies [18, 19, 20, 21, 22]. Estos citados materiales hacen uso de la propagación dispersiva dando lugar a una velocidad de propagación lenta, por lo que la resonancia de la cavidad puede ser bajada hasta que el grosor del panel es mucho menor que la longitud de onda. Además, dichos materiales pueden cumplir las condiciones de acoplo crítico [23], por lo que es posible observar absorción perfecta del sonido.

En este trabajo presentamos difusores de sonido basados en metamateriales, a los que denominamos *metadifusores*. El sistema funciona de la siguiente manera. Primero, consideramos un panel plano al que se realizan una serie de N hendiduras. Segundo, en lugar de modificar la profundidad de éstas como en los difusores de Schröder, modificamos la velocidad de propagación en el interior de éstas. Ello se consigue mediante el uso de un array de M resonadores que se sitúan en la pared de cada una, como muestra la Fig.1(b). Como la propagación es dispersiva ajustando la velocidad de propagación en el interior de cada ranura podemos modificar el coeficiente de reflexión de cada una de las hendiduras. Así, cada hendidura

se comporta como un resonador mucho más pequeño que la longitud de onda y, por tanto, la profundidad del panel se puede reducir drásticamente ya que $L = c_p/4f$ se mantiene. Ajustando la dispersión de cada una de ellas podemos obtener una distribución espacial de coeficiente de reflexión que se ajuste a una secuencia numérica como las de residuo cuadrático o raíz primitiva. Además, ya que las pérdidas termoviscosas son tenidas en cuenta, la radiación de la estructura puede ser compensada con las pérdidas intrínsecas produciendo absorción perfecta del sonido en algunas de las hendiduras. Ello permite por primera vez construir difusores basados en secuencias ternarias de manera precisa y eficientes a baja frecuencia. Por último, empleando algoritmos de optimización numérica podemos diseñar metadifusores basados en metamateriales que abarcan un amplio ancho de banda del espectro audible mientras que su grosor es mucho más pequeño que la longitud de onda del sonido incidente.

2. MÉTODOS

El problema se ha resuelto analíticamente mediante el método de la matriz de transferencia y validado numéricamente mediante el método de los elementos finitos (FEM), ambos incluyendo pérdidas termoviscosas [25]. Posteriormente los patrones polares se calculan mediante la integral de Fraunhofer-Fourier, Eq. (1).

3. PROPAGACIÓN LENTA EN LAS HENDIDURAS

Usando la matriz de transferencia, se ha calculado las relaciones de dispersión en dos hendiduras con diferente geometría. La Fig.2(a) muestra como por encima de la frecuencia de resonancia de los resonadores, se crea un bandgap o banda de propagación prohibida. Por debajo, se observa una banda de propagación dispersiva. Es en este régimen donde condiciones de propagación lenta son observadas, como muestra la Fig.2(b). Así, la fase del coeficiente de reflexión de cada hendidura queda modificado respecto de un sistema sin resonadores. De esta manera, ajustando la geometría de los resonadores podemos ajustar la fase, y magnitud, del coeficiente de reflexión para que se asemeje a una distribución o secuencia dada.

4. RESULTADOS

4.1. Metadifusores de residuo cuadrático

La primera secuencia mostrada aquí es la de 1. residuo cuadrático, que viene dada por $s_n = n^2 \bmod N$, donde mod es el menor positivo residuo del número primo N . Usando métodos de optimización, podemos ajustar la geometría del material para conseguir una distribución del coeficiente de reflexión similar a la obtenida por los difusores de residuo cuadrático. La Fig. 3 muestra los resultados obtenidos para un QRD de $N=5$ de un grosor del panel de $L=27.4$ cm y lado $Nd = 35$ cm diseñado para trabajar a 500 Hz, un *metadifusor* de grosor $L=2$ cm y $M=2$ HRs, y para comparación un panel plano de las mismas dimensiones.

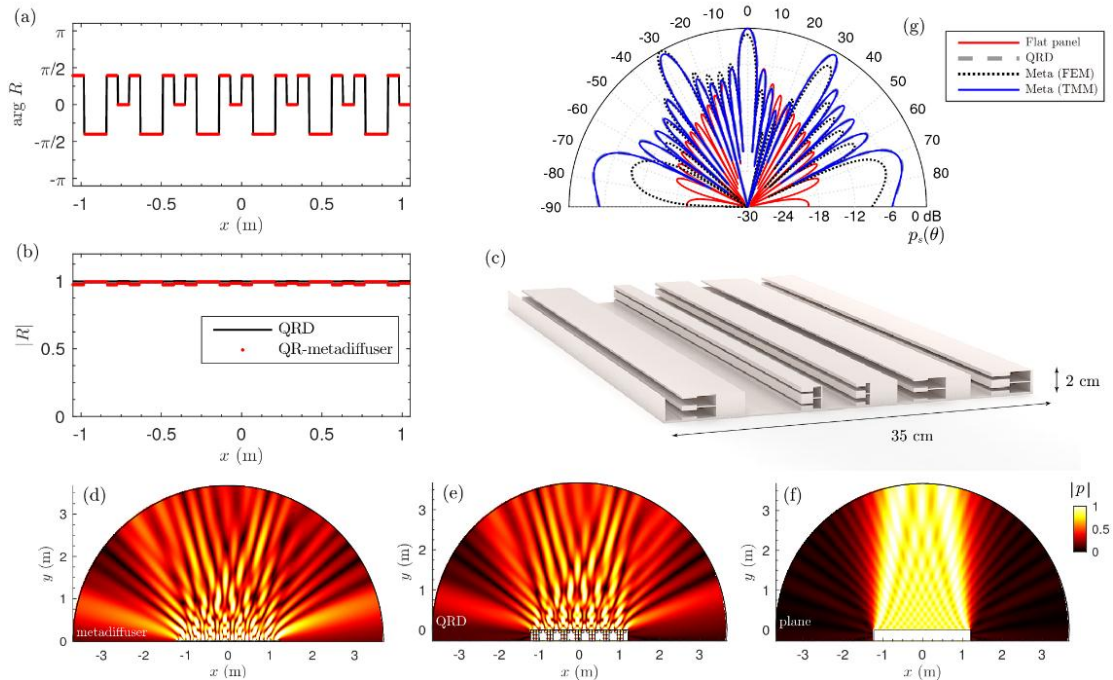


Fig. 3. (a) Fase y (b) magnitud del coeficiente de reflexión del metadifuser en función del espacio. (c) Esquema de la geometría obtenida. (d) Campo cercano del metadifuser, (e) un difusor de residuo cuadrático y (f) un reflector plano de referencia. (g) Campo lejano.

Podemos apreciar como la magnitud y fase del coeficiente de reflexión del metadifuser se asemeja al formado por hendiduras (Fig.3(a,b)), a la vez que el campo cercano (Fig.3(d,e)) y el campo lejano hacen lo propio (Fig.3(g)). En comparación con el panel plano, ambas estructuras presentan reflexiones no especulares, sin embargo, el QR-metadifuser es 17.1 veces más pequeño que el QRD.

4.2. Metadifusores de raíz primitiva

De igual manera que en los difusores de residuo cuadrático (PRD), se pueden construir difusores de raíz primitiva empleando la configuración propuesta. Así, como muestra la Fig.4(a), podemos encontrar la geometría que consigue que la fase y la magnitud del coeficiente de reflexión se asemejen a las de un PRD basado en ranuras. Dicha geometría consiste en $N=6$ ranuras cargadas cada una con $M=1$ resonadores, como muestra la Fig.4(c). En el campo cercano, podemos observar como el metadifuser de $L=3.5$ cm se comporta igual que un PRD de $L=17.1$ cm, mostrando un patrón de radiación sin reflexión especular. En el campo lejano, podemos observar que la solución numérica y analítica proporcionan una respuesta similar, sin la reflexión especular característica de los PRD.

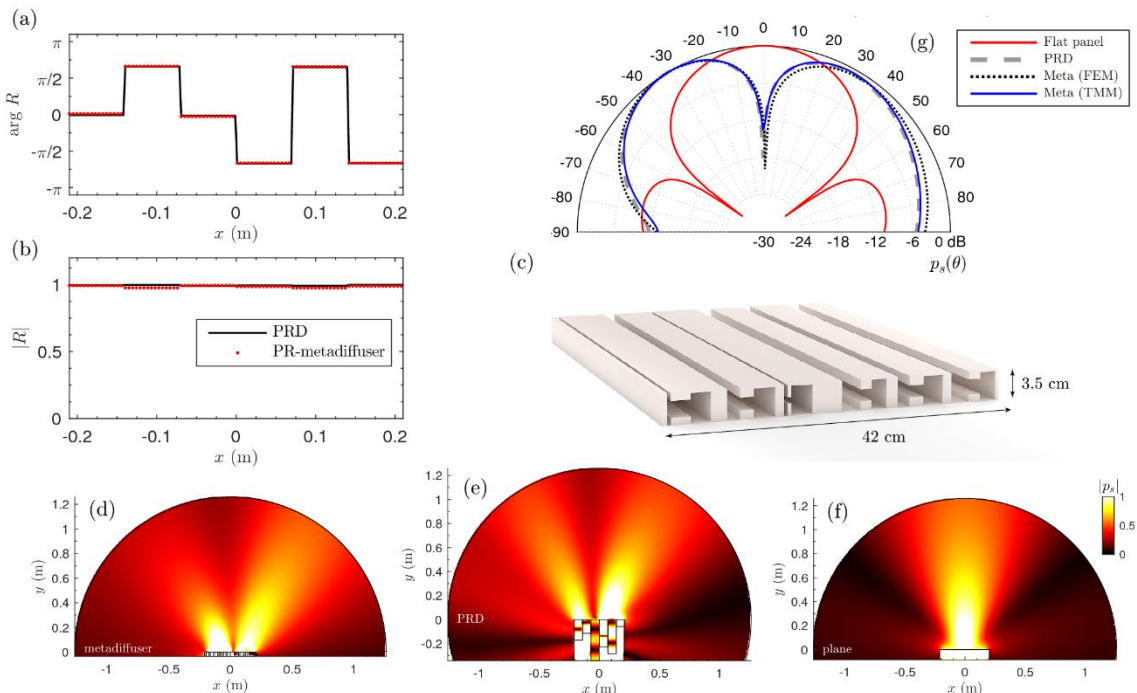


Fig. 4. Metadifusor de raíz primitiva: (a) Fase y (b) magnitud del coeficiente de reflexión del metadifusor en función del espacio. (c) Esquema de la geometría obtenida. (d) Campo cercano del metadifusor, (e) un difusor de residuo cuadrático y (f) un reflector plano de referencia. (g) Campo lejano.

4.3. Metadifusores basados en absorción perfecta

Dado que los presentes metamateriales fueron propuestos para construir absorbentes [21], es posible ajustar la geometría de algunas ranuras para conseguir absorción perfecta. De esta manera, es posible construir difusores basados en secuencias ternarias [24], donde los bits $\{1, 0, -1\}$ se interpretan como $R=1$, panel rígido, $R=0$, absorbente perfecto, y $R=-1$ inversor de fase. Las Fig.5 muestra los resultados obtenidos para un panel de $L=3$ cm. En primer lugar, en Fig.5(a) vemos como la fase del coeficiente de reflexión de la estructura sigue perfectamente la secuencia, mientras que en Fig.5(b), la magnitud hace lo mismo. Solo se observan pequeñas discrepancias en los inversores de fase: al ser el panel tan fino los estrechos conductos introducen inevitablemente pérdidas termoviscosas. Sin embargo, los absorbentes perfectos son modelados con mucha precisión. En Fig.5.(d) podemos ver como efectivamente la absorción es perfecta: el coeficiente de absorción es unitario y al representar el coeficiente de reflexión en el plano complejo de frecuencias podemos ver como un cero se sitúa sobre el eje real: la estructura está acoplada críticamente y el acoplo de impedancias es perfecto. De esta manera, al evaluar el campo lejano podemos ver como la estructura presenta un patrón polar sin reflexión especular (nótese que la secuencia ternaria usada es una MLS sin valor medio). Por último, en Fig.5(e) vemos como, obviamente, las propiedades de difusión existen para un limitado ancho de banda, algo parecido a lo que ocurre con los difusores de Schröder con material poroso en las ranuras, puesto que los inversores de fase sólo lo presentan un valor -1 del coeficiente de reflexión para su resonancia de cuarto de longitud de onda (y sus armónicos).

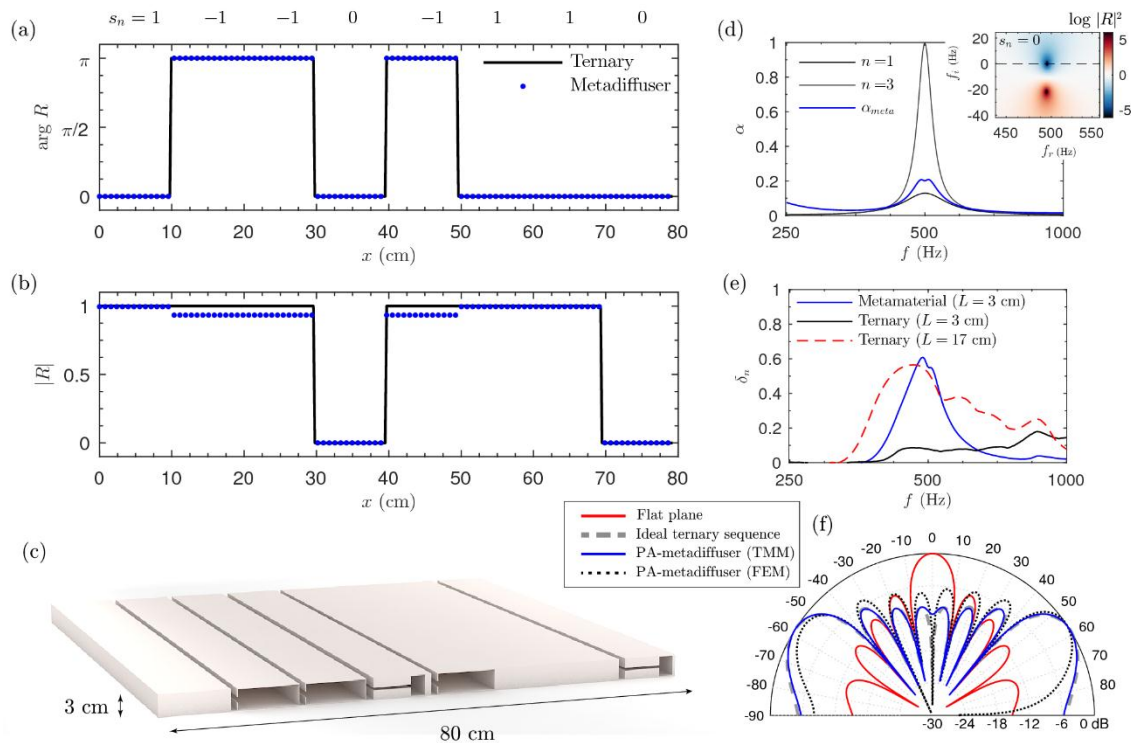


Fig. 5 Metadifusor basado en absorción perfecta: (a) fase y (b) magnitud del coeficiente de reflexión. (c) Esquema de la geometría. (d) absorción para las diferentes ranuras y global (e) coeficiente de difusión (f) patrón polar en campo lejano.

4.4. Metadifusores de gran ancho de banda

Para diseñar un difusor usable en acústica de salas, el coeficiente de difusión ha de mostrar altos valores en un amplio rango de frecuencias. Usando algoritmos de optimización genética, encontramos la geometría que maximiza el coeficiente de difusión en un rango de 250 a 2000 Hz usando $N = 11$ ranuras con 1 HR en cada una. Los resultados se muestran en la Fig.6, donde se puede observar que el metadifusor de $L=3$ cm de espesor se comporta igual o incluso mejor que un QRD de $L= 56$ cm, mientras que un QRD del mismo grosor que el metadifusor se comporta básicamente como un panel plano, mostrando difusión solamente a partir de 2000 Hz. Podemos observar también que aparecen picos de absorción debidos a las pérdidas termoviscosas, sin embargo, estos son muy selectivos y su valor apenas sobrepasa 0.5.

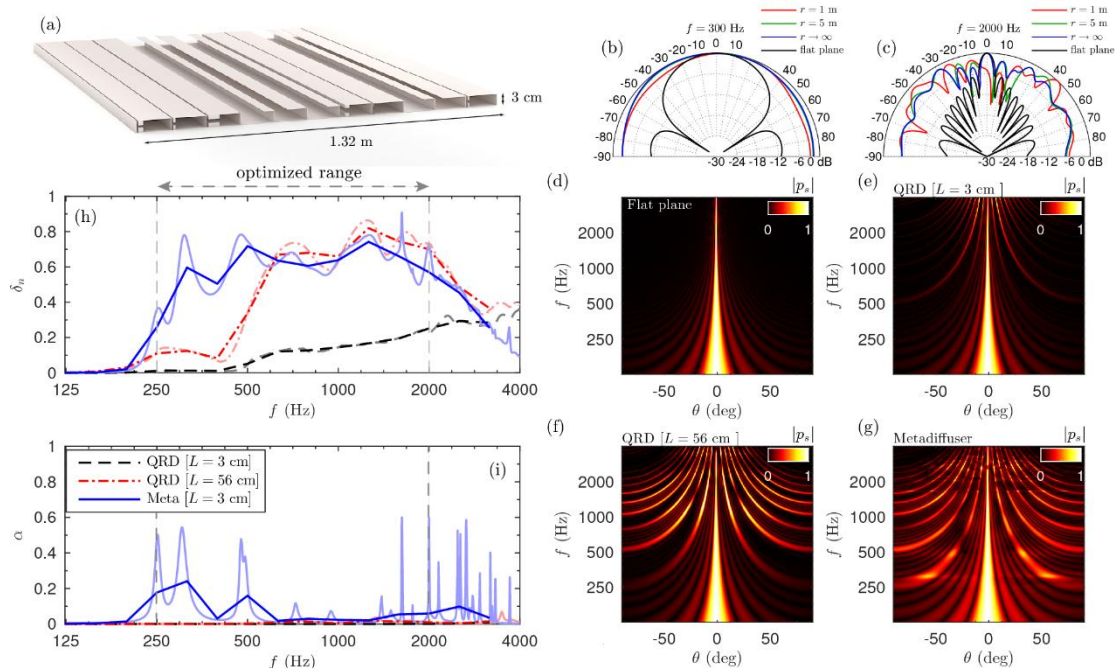


Fig. 6 Metadifusor de gran ancho de banda: (a) geometría del panel, (b-c) patrones polares a 300 y 2000 Hz, (d-g) representación del scattering en función de la frecuencia y el ángulo. (h) coeficiente de difusión e (i) absorción en función de la frecuencia.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se han presentado los metadifusores, un nuevo diseño de superficies localmente reactante con una función de scattering uniforme para ser empleadas como difusores acústicos. Estas nuevas estructuras están basadas en metamateriales compuestos por un panel ranurado cargado de resonadores de Helmholtz. La propagación dentro del metamaterial presenta una fuerte dispersión y la velocidad de propagación en él puede ser reducida, por lo que cada ranura se comporta como un resonador mucho más pequeño que la longitud de onda. Así, optimizando la geometría del metamaterial, el coeficiente de reflexión puede ser ajustado a una función específica con una transformada de Fourier plana. En estas condiciones, el panel se comporta como un difusor y la energía es reflejada en varias direcciones además de en la especular. Se han probado diferentes diseños basados en secuencias de residuo cuadrático y raíz primitiva, además de explotar las pérdidas termoviscosas para generar por primera vez difusores basados en absorción perfecta y secuencias ternarias para baja frecuencia. Por último, proponemos un diseño de metadifusor para trabajar en el espectro audible cubriendo desde 500 a 2000 Hz mientras que el espesor del panel es de 3 cm, demostrando el potencial de los metadifusores para ser usados en acústica de salas debido a sus reducidas dimensiones. El grosor de los paneles es de entre 20 y 46 veces más pequeño que la longitud de onda reflejada, es decir, entre 10 y 20 veces más finos que los tradicionales difusores basados en hendiduras. Los diseños propuestos, además, tienen el potencial de cubrir los requerimientos de estética para el diseño de auditorios modernos.

Agradecimientos

El presente trabajo ha sido subvencionado por el Proyecto Metaudible No. ANR-13-BS09-0003 por la ANR y FRAE.

Referencias

- [1] Cox, T. J. & D'Antonio, P. Acoustic absorbers and diffusers: theory, design and application (CRC Press, 2016)
- [2] Cox, T. J. & Lam, Y. The Journal of the Acoustical Society of America 95, 297–305 (1994).

- [3] Schröder, M. R. *The Journal of the Acoustical Society of America* 57, 149–150 (1975).
- [4] Cox, T. J. & D'Antonio, P. *Applied Acoustics* 60, 167–186 (2000).
- [5] Cox, T. & D'Antonio, P. *Schroeder. Building Acoustics* 10, 1–32 (2003).
- [6] Mechel, F. *Acta Acustica united with Acustica* 81, 379–401 (1995).
- [7] Jrvinen, A., Savioja, L. & Melkas, K. *J. Acoust. Soc. Am* 103, 3065 (1998).
- [8] Hargreaves, J. & Cox, T. *Proceedings of the Institute of Acoustics* 25, 199–208 (2003).
- [9] Hunecke, J. Ph.D. thesis, University of Stuttgart (1997).
- [10] Wu, T., Cox, T. J. & Lam, Y. *The Journal of the Acoustical Society of America* 110, 3064–3070 (2001).
- [11] D'Antonio, P., inventor. RPG Diffusor Systems, Inc., assignee.. US patent US 5,817,992. 1998 Jun 5. 12/14
- [12] Xiao, L., Cox, T. J. & Avis, M. R. *Journal of sound and vibration* 285, 321–339 (2005).
- [13] Redondo, J., Picó, R., Sánchez-Morcillo, V. J. & Woszczyk, W. *J. Ac. Soc. Am.* 134, 4412–4417 (2013).
- [14] Redondo, J., Sánchez-Pérez, J., Blasco, X., Herrero, J. & Vorländer, M. *J. Ac. Soc. Am.*, 2807–2814 (2016).
- [15] Santillan, A. & Bozhevolnyi, S. I. *Phys. Rev. B* 84, 064304 (2011).
- [16] Ding, Y., Liu, Z., Qiu, C. & Shi, J. *Physical review letters* 99, 093904 (2007).
- [17] Yang, Z., Mei, J., Yang, M., Chan, N. & Sheng, P. *Phys. Rev. Lett.* 101, 204301 (2008).
- [18] Leclaire, P., Umnova, O., Dupont, T. & Panneton, R. *J. Acoust. Soc. Am.* 137, 1772–1782 (2015).
- [19] Groby, J.-P., Huang, W., Lardeau, A. & Aurégan, Y. *J. Appl. Phys.* 117, 124903 (2015).
- [20] Groby, J.-P., Pommier, R. & Aurégan, Y. *J. Acoust. Soc. Am.* 139, 1660–1671 (2016).
- [21] Jiménez, N., Huang, W., Romero-García, V., Pagneux, V. & Groby. *Applied Physics Letters* 109, 121902 (2016).
- [22] Jiménez, N., Romero-García, V., Pagneux, V. & Groby, J.-P. *Phys. Rev. B* 95, 014205 (2017).
- [23] Romero-García, V. et al. *Sci. Rep.* 6, 19519 (2016).
- [24] Cox, T. J., Angus, J. A. & D'Antonio, P. *The Journal of the Acoustical Society of America* 119, 310–319 (2006).
- [25] Stinson, M. R. *J. Acoust. Soc. Am.* 89, 550–558 (1991).