

MEZCLA NO LINEAL DE SEÑALES ULTRASÓNICAS EN LÍQUIDOS CON BURBUJAS: SIMULACIÓN NUMÉRICA EN CAVIDADES ESFÉRICAS

PACS: 43.25.Yw

Tejedor Sastre, María Teresa; Vanhille, Christian
Universidad Rey Juan Carlos
Tulipán, s/n.
Móstoles, Madrid.
España
914884585
mariateresa.tejedor@urjc.es, christian.vanhille@urjc.es

Palabras Clave: líquidos con burbujas, no linealidad, mezcla de frecuencias

ABSTRACT.

The objective of this work is to study the nonlinear frequency mixing that occurs when a bubbly liquid is excited by ultrasonic waves of finite amplitude in a spherical cavity. We have developed a three-dimensional numerical tool to solve the nonlinear differential system that couples the bubble volume variation and the acoustic field. The model allows us to observe high amplitudes of harmonics and difference frequency. The authors acknowledge the support of the Ministry of Economy and Competitiveness of Spain (DPI2012-34613, BES-2013-064399).

RESUMEN.

El objetivo de este trabajo es estudiar la mezcla no lineal de frecuencias que tiene lugar cuando un líquido con burbujas es excitado por ondas ultrasónicas de amplitud finita en una cavidad esférica. Para ello hemos desarrollado una herramienta numérica tridimensional que nos permite resolver el sistema diferencial no lineal que acopla la variación de volumen de las burbujas y el campo acústico. El modelo permite observar grandes amplitudes en armónicos y frecuencia diferencia. Los autores agradecen el apoyo del Ministerio de Economía y Competitividad de España (DPI2012-34613, BES-2013-064399).

1. INTRODUCCION

Los líquidos con burbujas son medios muy interesantes ya que una pequeña cantidad de burbujas cambia las propiedades acústicas del líquido como son no linealidad, dispersión o atenuación [1-3]. La no linealidad es responsable de la generación de armónicos y de la mezcla de frecuencias que tienen lugar cuando ultrasonidos de alta amplitud viajan a través de líquidos

con burbujas. La generación de armónicos tiene varias aplicaciones en campos como la imagen médica [4]. La mezcla de frecuencias es útil en aplicaciones industriales tales como la detección y la caracterización de burbujas [5-7] o en comunicaciones subacuáticas [8,9] debido a su baja atenuación y su alta direccionalidad.

Varios estudios teóricos y experimentales han sido llevados a cabo acerca de la generación de armónicos y la mezcla de frecuencias en líquidos con burbujas. Zabolotskaya y Soluyan [10] presentan un estudio teórico sobre los armónicos y la combinación de frecuencias. Vanhille y Campos-Pozuelo estudian numéricamente en una y varias dimensiones la generación de armónicos [11-13]. La frecuencia diferencia es investigada teórica y experimentalmente en un líquido que contiene burbujas de diferentes tamaños por Kovelev y Sutin [14]. Druzhinin et al. [15] estudian analítica y numéricamente la generación de la frecuencia diferencia a través de una capa de burbujas resonante. Ma et al. [16] analizan la generación de la frecuencia diferencia a partir de micro-burbujas teórica y experimentalmente. Vanhille et al. [17-19] estudian numéricamente la frecuencia diferencia en varias configuraciones en una y varias dimensiones.

Debido a las interesantes propiedades que la frecuencia diferencia tiene, la existencia de pocos modelos multidimensionales que estudien este fenómeno, la dificultad de tomar medidas experimentales y la necesidad de diseñar sonorreactores más eficientes como Tudela et al. sugieren [20], resulta necesario desarrollar herramientas numéricas que permitan progresar en la comprensión de este fenómeno.

En este trabajo desarrollamos una herramienta numérica que nos permite simular la generación de armónicos y la frecuencia diferencia en una cavidad esférica tridimensional. Se usan métodos numéricos (volúmenes finitos y diferencias finitas) [21-23] para resolver el sistema diferencial formado por la ecuación de onda y una ecuación de Rayleigh-Plesset [1-3]. Este sistema no lineal de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales representa el acoplamiento entre la presión acústica y las vibraciones de las burbujas.

El propósito de este artículo es estudiar la generación de armónicos y frecuencia diferencia en un resonador esférico con simetría axial. Se estructura de la manera siguiente. Presentamos el problema físico y matemático considerado en la Sección 2.1 y el modelo numérico desarrollado en la Sección 2.2. En la Sección 3 se muestran algunos resultados obtenidos con dos tipos de fuentes de excitación, una frecuencia (Sección 3.1) y dos frecuencias (Sección 3.2).

2. MODELO

2.1. Problema Físico-Matemático

Se considera una cavidad esférica llena de una mezcla de agua y burbujas de aire. Se supone que las burbujas son iguales, esféricas y tienen una densidad constante en el líquido. Se asume simetría en torno al eje z en el espacio tridimensional (x, y, z) que nos permite reducir el problema tridimensional a uno bidimensional en coordenadas cilíndricas (r, z) . Consideramos una cavidad de radio R . La interacción mutua entre la presión acústica $p(r, z, t)$ y la variación de volumen $v(r, z, t) = V(r, z, t) - v_{0g}$ experimentada por las burbujas con respecto a su volumen inicial $v_{0g} = 4/3 \pi R_{0g}^3$, viene descrita mediante la ecuación de ondas Ec. (1) y una ecuación de Rayleigh-Plesset, Ec. (2) en coordenadas cilíndricas:

$$\nabla^2 p - \frac{p_{tt}}{c_{0l}^2} = -\rho_{0l} N_g v_{tt}, \quad 0 < r < R, \quad R - \sqrt{R^2 - r^2} < z < R + \sqrt{R^2 - r^2}, \quad 0 < t < T_t, \quad (1)$$

$$v_{tt} + \delta \omega_{0g} v_t + \omega_{0g}^2 v + \eta p = a v^2 + b (2v v_{tt} + (v_t)^2), \quad (2)$$

$$0 < r < R, \quad R - \sqrt{R^2 - r^2} \leq z \leq R + \sqrt{R^2 - r^2}, \quad 0 < t < T_t,$$

donde el subíndice t indica la derivación respecto al tiempo y ∇^2 es el Laplaciano. En la Ec. (1) c_{0l} y ρ_{0l} son la velocidad del sonido y la densidad para el líquido respectivamente en el estado de equilibrio. N_g es la densidad de burbujas constante en toda la cavidad. En la Ec. (2) $\delta = 4\nu_l / (\omega_{0g} R_{0g}^2)$ es el coeficiente de viscosidad del medio, donde ν_l es la viscosidad cinemática del líquido, $\omega_{0g} = \sqrt{3\gamma_g \rho_{0g} / \rho_{0l} R_{0g}^2}$ es la frecuencia de resonancia de las burbujas, donde γ_g es la razón de los coeficientes específicos del gas, $\rho_{0g} = \rho_{0g} c_{0g}^2 / \gamma_g$ es la presión atmosférica del gas, ρ_{0g} y c_{0g} son densidad y velocidad del sonido en el gas respectivamente en el estado de equilibrio. Los coeficientes $\eta = 4\pi R_{0g} / \rho_{0l}$, $a = (\gamma_g + 1) \omega_{0g}^2 / (2v_{0g})$ y $b = 1 / (6v_{0g})$ son constantes. El experimento dura un tiempo total T_t . Se supone que se parte de un estado de reposo al inicio del experimento:

$$p(r, z, 0) = 0, \quad v(r, z, 0) = 0, \quad p_t(r, z, 0) = 0, \quad v_t(r, z, 0) = 0, \quad (3)$$

$$0 \leq r \leq R, \quad R - \sqrt{R^2 - r^2} \leq z \leq R + \sqrt{R^2 - r^2}.$$

Usamos la condición de simetría axial para pasar de un sistema tridimensional a uno bidimensional, donde el subíndice r indica la derivación con respecto a la coordenada r:

$$p_r(0, z, t) = 0, \quad 0 < z < 2R, \quad 0 < t < T_t. \quad (4)$$

Se considera que la fuente $f(t)$ está situada en la parte superior de la cavidad (Fig.1) e imponemos paredes rígidas en el resto del contorno de la cavidad:

$$p(r, z = R - \sqrt{R^2 - r^2}, t) = f(t), \quad 0 < r < 0.06R, \quad 0 \leq t \leq T_t, \quad (5)$$

$$p_r(r, R - \sqrt{R^2 - r^2}, t) = p_r(r, R + \sqrt{R^2 - r^2}, t) = 0, \quad 0 \leq r \leq R, \quad 0 \leq t \leq T_t. \quad (6)$$

2.2. Modelo Numérico

Hemos desarrollado un modelo numérico para resolver el sistema acoplado no lineal formado por las Ecs. (1,2). El modelo se basa en el método de los volúmenes finitos en las coordenadas espaciales y en el método de las diferencias finitas en el dominio temporal. Para hacer estas aproximaciones se divide el espacio total $R \times 2R$ en $N \times 2N$ volúmenes de control de tamaño $h \times h$. Se denota cada volumen espacial con los subíndices (i, j) . Se integra cada una de las ecuaciones en cada uno de los volúmenes asumiendo una relación lineal con los volúmenes adyacentes. Se divide el tiempo total T_t en $R - 1$ intervalos de duración τ . Cada punto temporal se denota con el subíndice k . Tras este proceso de discretización se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones para cualquier volumen y cualquier tiempo (i, j, k) :

$$\frac{h^3 A}{c_{0l}^2} p_{i,j,k+1} - \rho_{0l} N_g h^3 A v_{i,j,k+1} = \tau^2 h (i p_{i+1,j,k} + (i-1) p_{i-1,j,k}) + \tau^2 h A (p_{i,j+1,k} + p_{i,j-1,k}) + \frac{h^3 A}{c_{0l}^2} p_{i,j,k-1} + \rho_{0l} N_g A h^3 (-2v_{i,j,k} + v_{i,j,k-1}) + p_{i,j,k} \left((1-2i)\tau^2 h - 2\tau^2 h A + \frac{2Ah^3}{c_{0l}^2} \right), \quad (7)$$

$$(2bv_{i,j,k} - 1)v_{i,j,k+1} = (-2 + \delta\tau\omega_{0g} + \tau^2\omega_{0g}^2 - \tau^2 a v_{i,j,k} + 3bv_{i,j,k})v_{i,j,k} + (1 - \delta\tau\omega_{0g} - bv_{i,j,k-1})v_{i,j,k-1} + \eta\tau^2 p_{i,j,k}, \quad (8)$$

donde $A = (2i-1)/2$. Este sistema de ecuaciones discretizadas considerando las particularidades en los extremos de la cavidad y en el eje de simetría permite obtener un sistema determinado de ecuaciones algebraicas que se puede resolver en todos los puntos e instantes. Así se obtienen los valores de presión y variación de volumen en cada volumen de la geometría y en cada punto de tiempo. Este desarrollo numérico está basado en un trabajo previo desarrollado en dos y tres dimensiones [18].

3. RESULTADOS.

Se consideran los siguientes datos para el líquido (agua), $c_{0l} = 1500 \text{ m/s}$, $\rho_{0l} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\nu_l = 1.43 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, y para el gas (aire), $c_{0g} = 340 \text{ m/s}$, $\rho_{0g} = 1.29 \text{ kg/m}^3$, $\gamma_g = 1.4$. Se usan burbujas de radio $R_{0g} = 2.5 \times 10^{-6} \text{ m}$ con una densidad de burbujas de $N_g = 5 \times 10^{11} \text{ m}^{-3}$. El radio de la cavidad esférica es $R = 0.00175 \text{ m}$. Se toma $N=120$, por tanto $N \times 2N = 120 \times 240$ volúmenes de control.

3.1. Experimentos Con Una Frecuencia De Excitación.

En este experimento se usa una fuente continua de presión $f(t) = p_0 \sin(\omega t)$ de amplitud p_0 y frecuencia $\omega = 2\pi f$. Se toma $f = 387,3 \text{ kHz}$ que es resonante para la cavidad esférica. Esta frecuencia es calculada haciendo un barrido en frecuencia y tomando la frecuencia con mejor respuesta. Para ello se usa como amplitud de la fuente $p_0 = 1 \text{ Pa}$. La forma que tiene el modo se muestra en la Figura 1. La velocidad del sonido para este medio y esta frecuencia resonante es $c = 1209,6 \text{ m/s}$ [2]. El experimento dura $T_t = 200T$ donde $T = 1/f$. El tiempo total de duración del experimento es tal que se alcanza el régimen estacionario. Se toman 400 intervalos temporales por periodo.

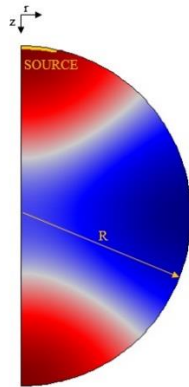


Figura 1: Representación del plano que define la axi-simetría de la cavidad y forma del modo.

Las figuras 2a, 2b y 2c muestran la amplitud de los tres primeros armónicos en el plano que define la simetría obtenidos después de aplicar la Transformada Rápida de Fourier (FFT) cuando la amplitud de la fuente es $p_0 = 29\text{kPa}$.

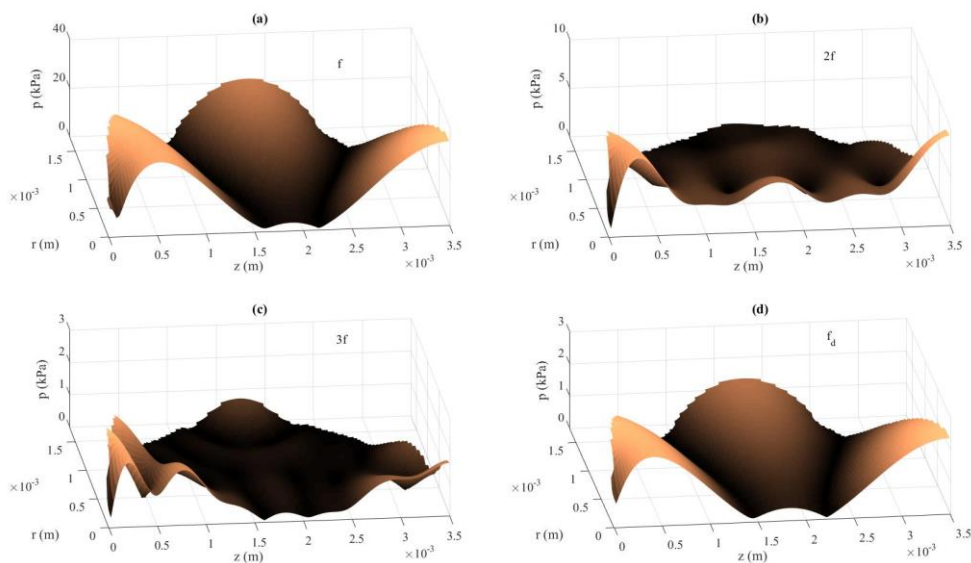


Figura 2: Distribución de frecuencias. (a) Frecuencia fundamental. (b) 2º armónico. (c) 3º armónico. (d) Frecuencia diferencia.

El máximo de amplitud para la frecuencia fundamental (Fig. 2a) es $p_f = 34,528\text{ kPa}$ (119 % respecto a p_0) por tanto el resonador responde bien para esa frecuencia. Esto es muy interesante para obtener resultados más notables. Las Figuras 2b y 2c muestran el segundo y el tercer armónicos con la misma amplitud en la fuente con presiones máximas $p_{2f} = 9,368\text{ kPa}$ (32% respecto a p_0) and $p_{3f} = 2,530\text{ kPa}$ (9% respecto a p_0), respectivamente. Las Figuras 3a y 3b muestran el comportamiento de la presión máxima en el resonador para el segundo y el tercer armónico como función de la amplitud de la fuente p_0 .

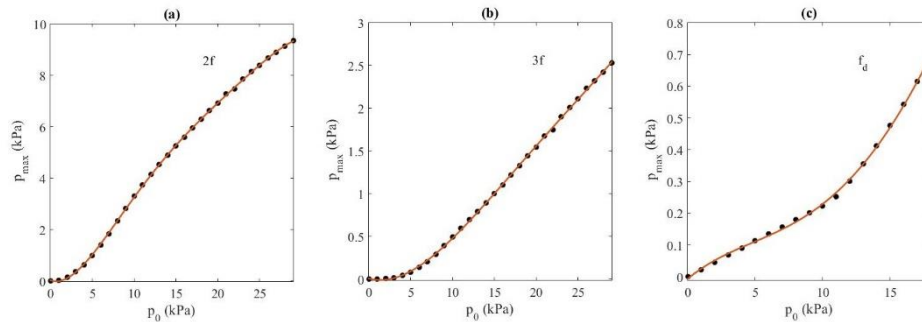


Figura 3: (a) Presión máxima en el resonador del 2º armónico como función de la amplitud de la fuente. (b) Presión máxima en el resonador del 3º armónico como función de la amplitud de la fuente. (c) Presión máxima en el resonador de la frecuencia diferencia como función de la amplitud de la fuente.

El segundo armónico se ajusta a $p_{2f} = -2,2815 \times 10^{-6} p_0^5 + 0,0002 p_0^4 - 0,0064 p_0^3 + 0,0903 p_0^2 - 0,1151 p_0 + 0,0308$ y el tercer armónico se ajusta a $p_{3f} = 3,8537 \times 10^{-6} p_0^4 - 0,0003 p_0^3 + 0,0103 p_0^2 - 0,0268 p_0 + 0,0081$, donde las amplitudes están expresadas en kPa.

3.2. Experimentos Con Dos Frecuencias De Excitación.

Se considera una fuente continua de presión $f(t) = p_0 \sin(\omega_1 t) + p_0 \sin(\omega_2 t)$ de amplitud p_0 y frecuencias $\omega_1 = 2\pi f_1$ y $\omega_2 = 2\pi f_2$. El tiempo total que dura el experimento es $T_t = 400T_d$ donde $T_d = 1/f_d$ es el periodo de la frecuencia diferencia $f_d = f_2 - f_1$. Las frecuencias son establecidas como $f_1 = 500\text{kHz}$ y $f_2 = 887,3\text{kHz}$ para obtener una frecuencia diferencia resonante para esa cavidad (Fig. 1). La Figura 2d muestra la amplitud de la frecuencia diferencia en el plano que define la simetría obtenido tras aplicar la FFT, la amplitud de la fuente es en este caso $p_0 = 18\text{ kPa}$. La presión máxima de la frecuencia diferencia es $p_0 = 0,691\text{ kPa}$ (4% respecto a p_0). La amplitud máxima de la frecuencia diferencia es estudiada como una función de la amplitud de la fuente p_0 como se muestra en la Figura 3c. Este comportamiento se ajusta a un polinomio de grado 4:

$p_{f_d} = -5,1808 \times 10^{-6} p_0^4 + 0,0003 p_0^3 - 0,0038 p_0^2 + 0,0354 p_0 - 0,0061$, donde las amplitudes están expresadas en kPa.

REFERENCIAS

- 1 Naugolnykh, K. and Ostrovsky, L., *Nonlinear Wave Processes in Acoustics*, Cambridge University Press, New York, (1998).
- 2 Hamilton, M. F. and Blackstock, D. T. (Eds.), *Nonlinear Acoustics*, Academic Press, San Diego, (1998).
- 3 Grieser, F., Choi, P. K., Enomoto, N., Harada, H., Okitsu, K. and Yasui K. (Eds.), *Sonochemistry and the Acoustic Bubble*, Elsevier, Amsterdam, (2015).
- 4 Desser, T. S. and Jeffrey, R. B., Tissue harmonic imaging techniques: physical principles and clinical applications, *Semin. Ultrasound CT MR*, 22 (1), 1-10, (2001).
- 5 Cavaro, M., Payan, C., Moysan, J. and Baqué, F., Microbubble cloud characterization by nonlinear frequency mixing, *J. Acoust. Soc. Am.*, 129 (5), 179-183, (2011).

- 6 Buckley, J. C., Knaus, D. A., Alvarenga, D. L., Kenton, M. A. and Magari, P. J., Dual-frequency ultrasound for detecting and sizing bubbles, *Acta Astronaut.*, 56, 1041-1047, (2005).
- 7 Newhouse, V. L. and Shankar, P. M., Bubble size measurement using the nonlinear mixing of two frequencies, *J. Acoust. Soc. Am.*, 75 (5), 1473-1477, (1984).
- 8 Kim, B. N. and Yoon, S. W., Nonlinear parameter estimation in water-saturated sandy sediment with difference frequency acoustic wave, *Ultrasonics*, 49, 438-445, (2009).
- 9 Sinha, D. N. and Pantea, C., Broadband unidirectional ultrasound propagation using sonic crystal and nonlinear medium, *Emerg. Mater. Res.*, 2, 117-126, (2013).
- 10 Zabolotskaya, E. A. and Soluyan, S. I., Emission of harmonic and combination-frequency waves by air bubbles, *Sov. Phys. Acoust.*, 18 (3), 396-398, (1973)
- 11 Vanhille, C. and Campos-Pozuelo, C., Numerical simulation of nonlinear ultrasonic standing waves in bubbly liquids, *Int. J. Nonlin. Sci. Num.*, 10 (6), 751-757, (2009).
- 12 Vanhille, C. and Campos-Pozuelo, C., Nonlinear ultrasonic standing waves: two-dimensional simulations in bubbly liquids, *Ultrason. Sonochem.*, 18, 679-982, (2011).
- 13 Vanhille, C. and Campos-Pozuelo, C., Numerical simulations of three-dimensional nonlinear acoustic waves in bubbly liquids, *Ultrason. Sonochem.*, 20, 963-969, (2013).
- 14 Kobelev, Y. A. and Sutin, A. M., Difference-frequency sound generation in a liquid containing bubbles of different sizes, *Sov. Phys. Acoust.*, 26 (6), 485-847, (1980).
- 15 Druzhinin, O. A., Ostrovsky, L. A. and Prosperetti, A., Low-frequency acoustic wave generation in a resonant bubble layer, *J. Acoust. Soc. Am.*, 100 (6), 3570-3580, (1996).
- 16 Ma, Q. Y., Qiu, Y. Y., Huang, B., Zhang, D. and Gong, X. F., Difference-frequency ultrasound generation from microbubbles under dual-frequency excitation, *Chinese Phys. B*; 19 (9), 094302, (2010).
- 17 Vanhille, C., Campos-Pozuelo, C. and Sinha, D. N., Nonlinear frequency mixing in a resonant cavity: numerical simulations in a bubbly liquid, *Ultrasonics*, 54, 2051-2054, (2014).
- 18 Tejedor Sastre, M.T., Vanhille, C., Numerical models for the study of the nonlinear frequency mixing in two and three-dimensional resonant cavities filled with a bubbly liquid, *Ultrason. Sonochem.*, 39 (2017) 597-610.
- 19 Vanhille, C., Two-dimensional numerical simulations of ultrasound in liquids with gas bubble agglomerates: Examples of bubbly-liquid-type acoustic metamaterials (BLAMMs), *Sensors*, 17, 173, (2017).
- 20 Tudela, I., Sáez, V., Esclapez, M. D., Díez-García, M. I., Bonete, P. and González-García, J. Simulation of the spatial distribution of the acoustic pressure in sonochemical reactors with numerical methods: A review, *Ultrason. Sonochem.*, 21, 909-919, (2014).
- 21 Smith, G. D., *Numerical Solution of Partial Differential Equations, Finite Difference Methods*, third ed., Clarendon, Oxford, (1985).
- 22 Vanhille, C., Lavie, A. and Campos-Pozuelo, C., *Modélisation numérique en mécanique: introduction et mise en pratique*, Hermes Science Publications, Lavoisier, Paris, (2007).
- 23 Versteeg, H. K., Malasekera, W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: the Finite Volume Method*, Longman Scientific & Technical, Harlow.