

## INTEGRACION DE ECOS PRODUCIDOS POR "BACKSCATTERING" DE UNA DISTRIBUCION PLANA DE ESFERAS ELASTICAS

R. CARBO FITE y P. COBO PARRA

Instituto de Acústica (CSIC). Serrano 144, 28006 Madrid

### RESUMEN

En este trabajo se considera la reflexión de ondas acústicas por una distribución de esferas de radio  $a$ , cuyos centros están localizados en un plano sobre una retícula rectangular de ancho de malla  $d$ . Se supone un sistema acústico monoestático constituido por un transductor recíproco resonante de banda estrecha y alta directividad. Demostramos que la integración acumulada de la energía acústica del eco producido por el "backscattering" de la distribución de esferas permite determinar el número de estas por unidad de superficie.

### SEÑAL ACUSTICA REFLEJADA POR UNA DISTRIBUCION GEOMETRICA DE ESFERAS.

Suponemos ahora una distribución de esferas con radio  $a$  cuyos centros están en el plano X-Y sobre una retícula rectangular de ancho de malla  $d$  (figura 1). Desde un transductor recíproco, que actúa como emisor y receptor, situado en el eje Z a una distancia  $h$  del plano de la retícula suficientemente grande para poder considerar condiciones de campo lejano, se radia la señal acústica  $g_1(t)$ .

Según la geometría de la distribución de esferas que hemos establecido, la distancia de la esfera  $(n,m)$  al transductor es:

$$r_{nm} = \sqrt{h^2 + (n+m)^2 d^2} \quad (1)$$

La representación frecuencial del eco formado por la reflexión de las ondas acústicas sobre la distribución plana de esferas, se obtiene sumando la contribución de cada una de ellas, es decir:

$$G_R(f) = \sum_{n,m=1}^{\infty} G_r(f, r_{nm}, \theta_{nm}) \quad (2)$$

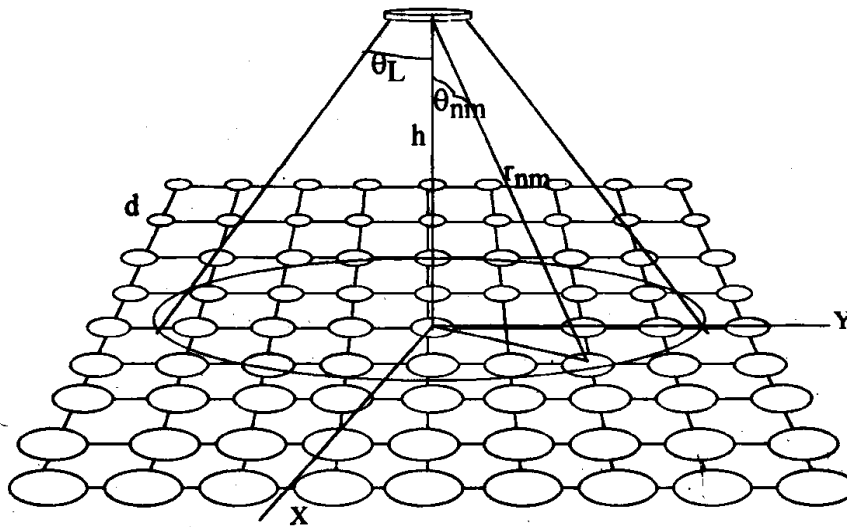


Fig. 1. Esquema geométrico de la distribución de esferas frente al transductor.

Ahora bien, el número de esferas efectivas en la formación del eco depende de la directividad del transductor, en nuestro caso un pistón circular. Las esferas que se encuentran fuera del haz principal de radiación no tendrán una aportación efectiva en la formación del eco si los lóbulos laterales están más de 10 dB por debajo del central. Se puede por tanto limitar el cálculo de la sumatoria por el primer cero de la función de Bessel  $J_1$ , que se produce para el ángulo  $\theta_L$  ( $\text{sen}(\theta_L) = 3.8/(ke)$ ). Esta limitación de la sumatoria anula además el efecto de borde de la distribución al ser la aportación de las esferas más alejadas prácticamente nula.

Al haber considerado todas las esferas del mismo material y tamaño, la función de backscattering  $H_o(f)$  es la misma para todas ellas, lo que permite expresar  $G_R(f)$  en la forma:

$$G_R(f) = H_o(f) U(f) \left[ V_t(f) V_r(f) \right] \sum_{n,m=1}^N D^2(f_o, \theta_{nm}) \frac{e^{i 2k_r r_{nm}}}{r_{nm}^2} \quad (3)$$

donde se ha tenido en cuenta que al ser el sistema monoestático la directividad en emisión y recepción son iguales y que la directividad es la del pistón a la frecuencia de resonancia del transductor. Bajo estas condiciones el número total de esferas insonificadas por el lóbulo central del haz radiado es:

$$N = \text{Entero} \left[ \frac{\pi r_N^2}{4 d^2} \right] = \text{Entero} \left[ \left( \frac{3.8^2}{16\pi} \right) \left( \frac{\lambda}{d} \right)^2 \left( \frac{h}{e} \right)^2 \right] \quad (4)$$

Realizado el cálculo de la sumatoria  $Y(f) = \sum_{n,m=1}^N D^2(f_o, \theta_{nm}) \frac{e^{i 2k_r r_{nm}}}{r_{nm}^2}$  para un

número alto de esferas, se obtiene en bajas frecuencias ( $\lambda \geq d$ ) una curva decreciente con la frecuencia y cuya amplitud es inversamente proporcional al tamaño de malla (figura 2).

A partir de la TFF del producto  $G_r H_o Y$  obtenemos el eco de la distribución de esferas

$g_R(t)$  (fig. 3) y la integral de la energía  $\zeta_R(t)$  (fig. 4) para una distribución de esferas de radio 5, 10 y 15 mm con anchos de malla de 10, 20 y 30 mm.

De estos resultados deducimos que, la energía total del eco producido por una distribución de esferas es proporcional: al cuadrado del radio de las esferas y al número de esferas insonificadas por el haz radiado por el sonar, es decir inversamente proporcional al cuadrado del tamaño de la malla.

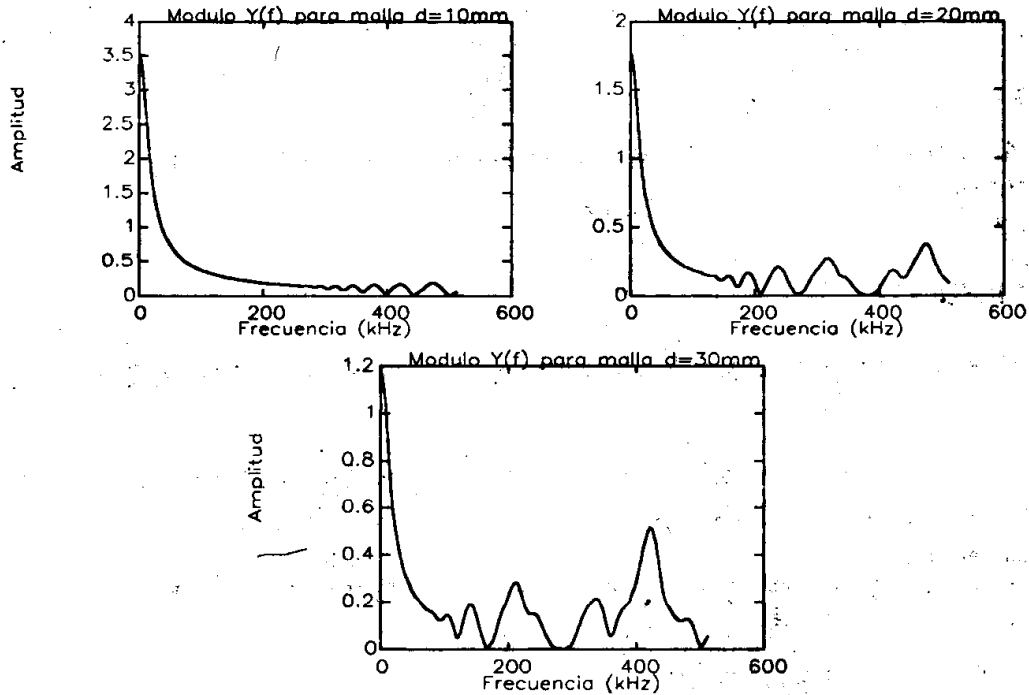


Fig. 2. Sumatoria  $Y(f)$  para distinto ancho de malla

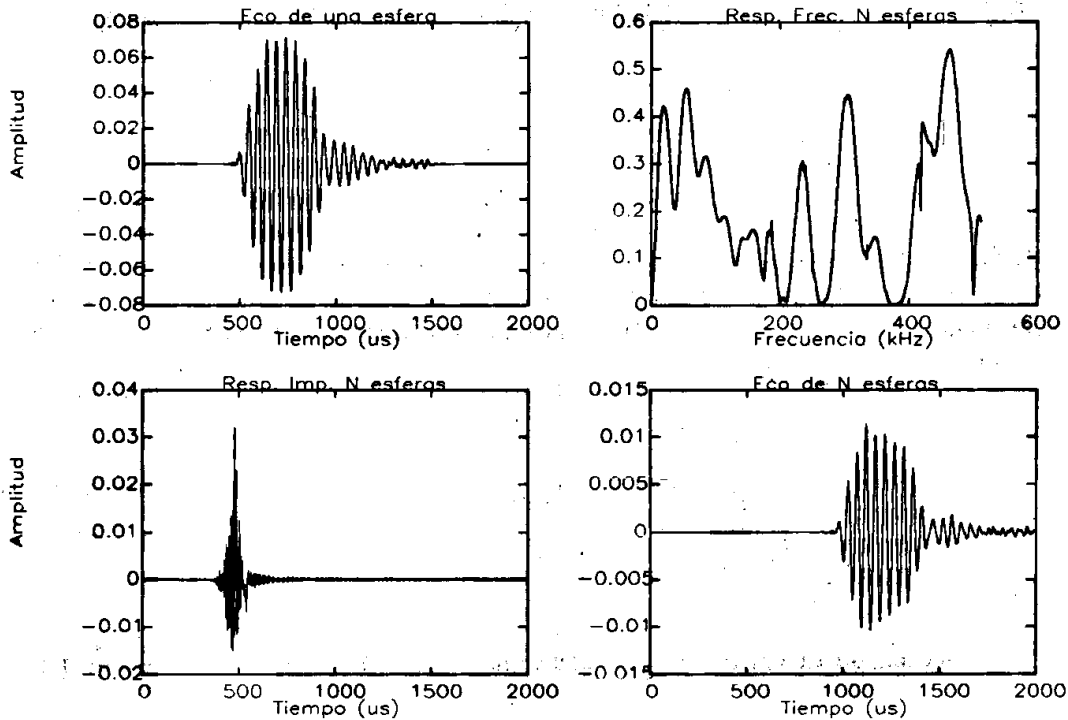


Fig. 3. Procesado para la obtención del eco producido por el "backscattering" de la distribución de esferas.

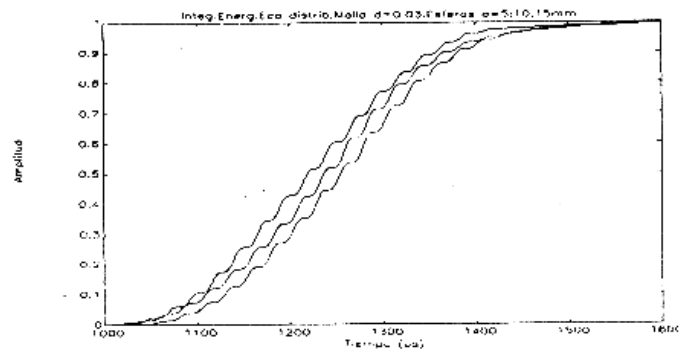


Fig. 4. Integral acumulada de energía reflejada por una distribución de esferas con distinto ancho de malla.

### BIBLIOGRAFIA

- 1) L.E. Kinsler and A.R. Frey, "Fundamentals of Acoustics", Jhon Wiley & Sons, New York, 1982.
- 2) C.S. Clay and H. Medwin, "Acoustical Oceanography: Principles and applications". John Wiley & Sons, New York, 1977.
- 3) J.J. Faran, "Sound scattering by solid cylinders and spheres". Jour. Acoust. Soc. Am. Vol. 23, N° 4, pp. 405-418, 1951.
- 4) Z. Sun and G. Gimenez, "Evaluation of interference effect in the energy investigation of echoes scattered by an uncorrelated planar distribution". Jour. Acoust. Soc. Am. Vol. 92, N° 8, pp. 3259-3270, 1992.