

INTEGRACION DEL ECO PRODUCIDO POR EL "BACKSCATTERING" DE UNA ESFERA ELASTICA

R. CARBO FITE y P. COBO PARRA

Instituto de Acústica (CSIC). Serrano 144, 28006 Madrid

RESUMEN

En este trabajo se considera la reflexión de ondas acústicas por una esfera elástica sumergida en agua, con dimensiones del mismo orden de magnitud que la longitud de onda. Se supone un sistema acústico, emisor/receptor, monoestático constituido por un transductor recíproco resonante de banda estrecha y alta directividad. Demostramos como la integración acumulada de la energía acústica del eco formado por "backscattering" de la esfera depende de su dimensión.

SEÑAL ACUSTICA REFLEJADA POR UNA ESFERA.

Cuando un transductor electroacústico se alimenta con una tensión impulsiva $u(t)$ con espectro en frecuencias de banda ancha $U(f)$, en el medio que lo rodea se propaga una señal acústica $g_t(t)$ cuyo espectro de frecuencias, en un punto que dista r del transductor en la dirección θ respecto de su eje acústico, está dado por:

$$G_t(f, r, \theta) = U(f) V_t(f) D_t(f, \theta) \frac{e^{i k_1 r}}{r} \quad (1)$$

donde $k_1 = 2\pi f/c_1$ siendo c_1 la velocidad con que se propagan las ondas acústicas en el medio, $V_t(f)$ es la respuesta en frecuencias del transductor en emisión, y $D_t(f, \theta)$ su respuesta direccional en campo lejano. Tratándose de transductores de tipo pistón de radio e la directividad está definida por la función⁽¹⁾

$$D(\theta, f) = \frac{2 J_1(k_1 e \sin(\theta))}{k_1 e \sin(\theta)} \quad (2)$$

Los transductores piezoeléctricos utilizados en acústica submarina, al radiar en agua, suelen ser resonantes a una frecuencia f_o y con una banda de frecuencias Δf bastante estrecha. Por este motivo su directividad, para todas las frecuencias de la banda

en que emite, puede considerarse prácticamente igual a la de la frecuencia de resonancia, esto es:

$$D(f, \theta) \cong D(f_0, \theta) \quad \forall f \in f_0 \pm \Delta f$$

El eco $g_r(t)$ que se produce al reflejarse sobre una esfera elástica situada en un punto de coordenadas (r_{nm}, θ_{nm}) tiene una representación en el espacio de frecuencias dada por:

$$G_r(f, r_{nm}, \theta_{nm}) = G_t(f, r_{nm}, \theta_{nm}) [V_r(f) D_r(f, \theta_{nm})] H(f, r_{nm}, \theta_{nm}) \quad (3)$$

siendo ahora $V_r(f)$ la respuesta en frecuencias del transductor receptor, y $D_r(f, \theta)$ su función de directividad en la dirección θ_{nm} . Usando un sistema monoestático en el que un transductor recíproco actúa a la vez como emisor y receptor, las direcciones de la onda incidente y reflejada por la esfera son coincidentes, por tanto:

$$D_t(f_0, \theta_{nm}) = D_r(f_0, \theta_{nm})$$

La función $H(f, r, \theta)$ es la respuesta en frecuencias de la reflexión por una esfera, medida en un punto $Q(r, \theta)$, a una presión acústica instantánea (delta de Dirac) emitida desde el mismo punto Q . Cuando la esfera está en el campo lejano del transductor ($k_1 r \gg 1$) esta respuesta en frecuencias puede escribirse en la forma(2):

$$H(f, r_{nm}, \theta_{nm}) = H_0(f, \theta_{nm}) \frac{e^{ik_1 r_{nm}}}{r_{nm}} \quad (4)$$

donde H_0 es la función de backscattering de una esfera elástica determinada por Faran (1951), y cuya expresión compleja es:

$$H_0(f, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1) \text{sen}(\eta_n) e^{-i\eta_n} P_n(\cos \theta) \quad (5)$$

P_n son los polinomios de Legendre, ahora bien, en este caso de sistema monoestático, el ángulo θ formado por la dirección incidente con la dirección reflejada es cero y P_n es constante e igual a 1 para todo valor del índice n . El término η_n es una función de: la relación entre el radio de la esfera y la longitud de onda en el medio (agua) a/λ , la densidad relativa de la esfera al medio ρ_e/ρ_1 , y la velocidad de propagación de las ondas longitudinales y transversales en la esfera relativa a la del medio c_l/c_1 c_t/c_1 .

INTEGRACION DE LA ENERGIA DEL ECO.

La integración de la energía acústica de la señal incidente o reflejada se ha obtenido como :

$$\zeta(t) = \int_0^t g_r(t)^2 dt \quad (6)$$

Es conveniente, para poder evaluar comparativamente los ecos de distintas esferas, normalizar la expresión de $\zeta(t)$ dividiendo por su valor máximo, es decir el valor que toma una vez que se ha estabilizado.

En las figuras 1 se muestran: la forma del impulso radiado $g_t(t)$ en el eje acústico del transductor a 1 m de distancia cuando la señal eléctrica $U(f)$ es un "burst-tone" de dos ciclos, su FFT $G_t(f)$, la función de backscattering $H_o(f)$ de una esfera de vidrio con radio de 1.5 cm, y la respuesta impulsiva $h_o(t)$, como TFF de la función de backscattering. Dicha respuesta impulsiva representaría el eco de la esfera si nuestro transductor tuviese una banda de frecuencias de 1 a 512 kHz. Observemos que sobre la respuesta impulsiva se aprecian dos impulsiones correspondientes al scattering por la cara anterior y posterior de la esfera, pudiendo deducirse del retardo entre ellas el radio de la esfera. Puesto que la banda de frecuencias en que responde el transductor va solo de 90 a 120 kHz, el eco que produce la esfera para este transductor $g_r(t)$, obtenido como TFF del producto $G_t(f)H_o(f)$, es muy parecido a la señal radiada. Esto es así siempre que el radio de la esfera no sea muy superior a la longitud de onda, como en el caso estudiado de esferas con radio 5, 10 y 15 mm. (fig. 2).

La integral de la energía del eco $\zeta(t)$, alcanza un valor máximo estable proporcional a la sección transversal del blanco, es decir al cuadrado del radio de la esfera. Normalizando a este valor máximo, la curva resultante presenta un adelanto respecto de la del impulso radiado tanto mas elevado cuanto mayor es el radio de la esfera (fig. 3).

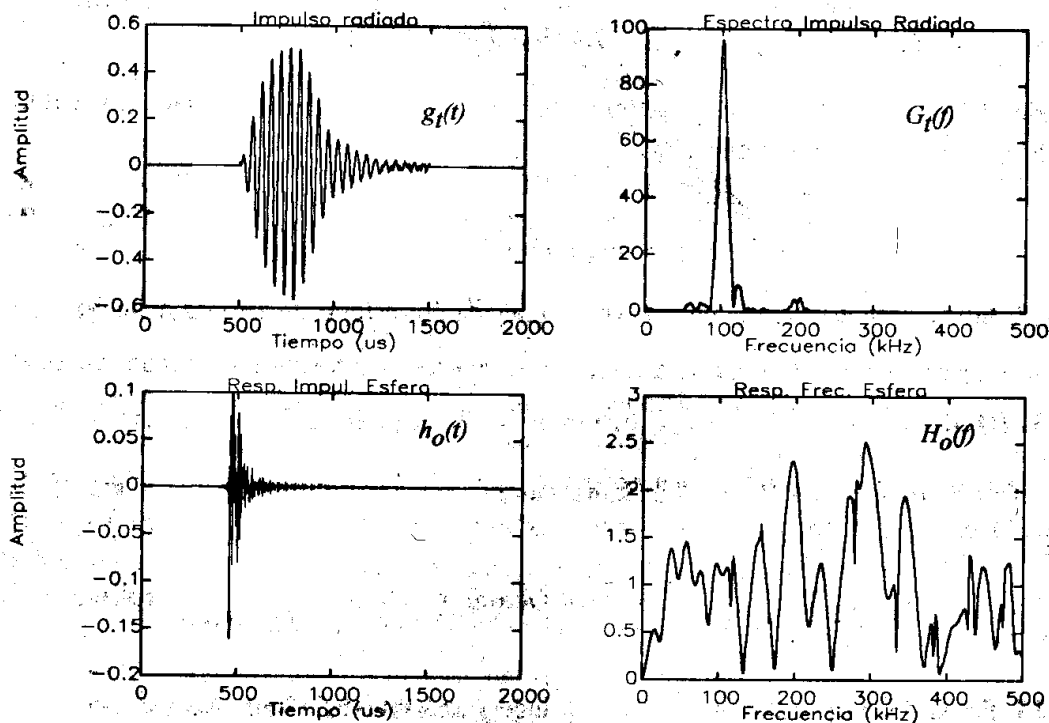


Fig. 1. Impulso acústico radiado, su densidad espectral. Respuesta temporal y frecuencial de la esfera a un impulso "Dirac".

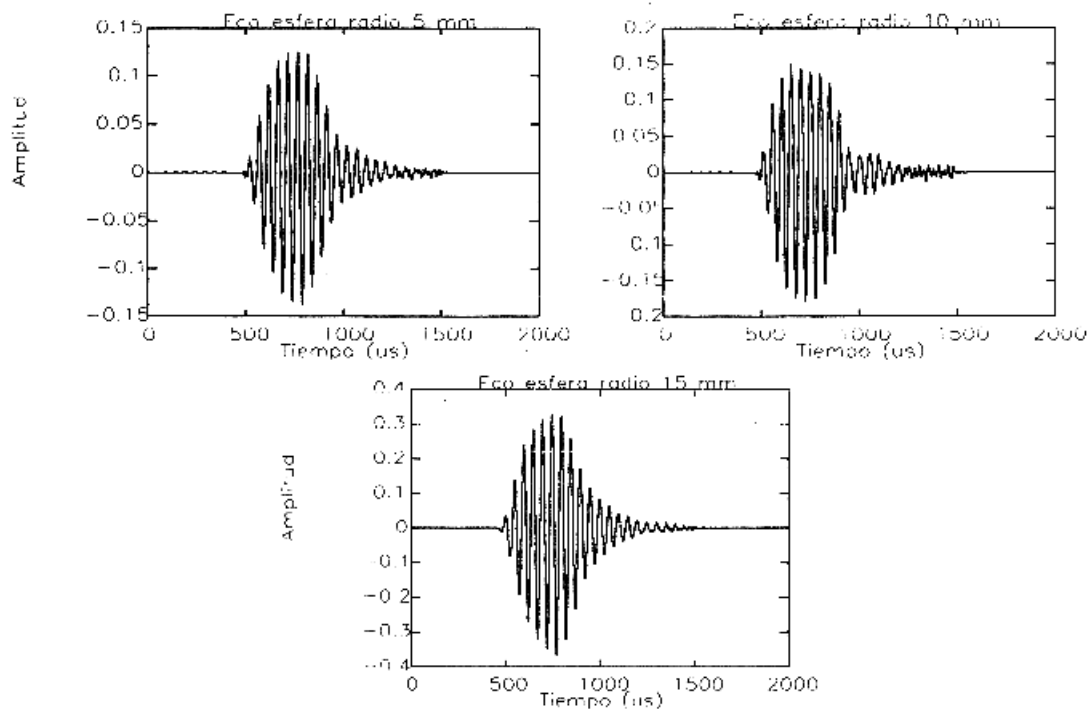


Fig. 2. Eco producido por el "backscattering" de esferas con distinto radio

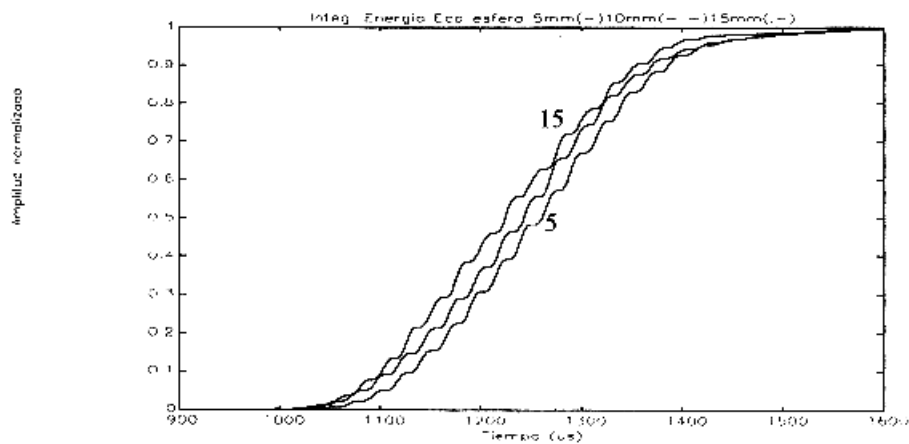


Fig. 3. Integración acumulada de la energía reflejada por esferas de distinto diámetro.

BIBLIOGRAFIA

- 1) L.E. Kinsler and A.R. Frey, "Fundamentals of Acoustics", Jhon Wiley & Sons, New York, 1982.
- 2) C.S. Clay and H. Medwin, "Acoustical Oceanography: Principles and applications". John Wiley & Sons, New York, 1977.
- 3) J.J. Faran, "Sound scattering by solid cylinders and spheres". Jour. Acoust. Soc. Am. Vol. 23, Nº 4, pp. 405-418.