

## **ESTUDO COMPARATIVO ENTRE FEM E BEM PARA ATENUAÇÃO DO PROTECTOR AUDITIVO TIPO TAMPÃO COM RUÍDO IMPULSIVO**

REFERÊNCIA PACS: 43.50.Pn

Vergara, Felipe <sup>(1)</sup>; Gerges, Samir N. Y. <sup>(1)</sup>, Birch, Robert S. <sup>(2)</sup>

(1) Universidade Federal de Santa Catarina  
Departamento de Engenharia Mecânica  
Laboratório de Vibrações e Acústica  
Caixa Postal 476, CEP 88.040-900  
Florianópolis, SC, Brasil  
Tel: (55-48) 234-4074 / 331-9227  
Fax: (55-48) 331-9677 / 234-1519  
E-Mail: <zeta@emc.ufsc.br>

(2) University of Liverpool (Visiting researcher)  
Impact Research Centre  
Department of Engineering  
Brownlow Hill, Liverpool, L69 3GH,  
England  
E-mail: <rsbirch@emc.ufsc.br>

<gerges@mbox1.ufsc.br>

### **ABSTRACT**

This work presents a numerical model based on the finite and boundary elements method (FEM and BEM), which simulates the channel auditory external human as a three-dimensional straight tube, of rectangular cross-section, with acoustic impedance of the tympanum and using an earplug type auditory protector. The two numerical methods are analysed and verified it's differences and advantages.

### **RESUMO**

Este trabalho apresenta um modelo numérico baseado no método de elementos finitos (FEM) e de contorno (BEM), o qual simula o canal auditivo externo humano como um tubo reto tridimensional, de seção retangular, com impedância acústica do tímpano e o uso de um protetor auditivo tipo tampão. São analisados os dois métodos numéricos e verificadas suas diferenças e vantagens.

### **INTRODUÇÃO**

#### Método de Elementos Finitos em Acústica Transiente

Diversos métodos de discretização numérica, para obter soluções aproximadas, estão disponíveis para resolver problemas complexos do tipo estrutura-cavidade acústica. Tanto o método de elementos finitos como o método de elementos de contornos, podem ser usados para resolver problemas de propagação de onda acústica. Neste trabalho será usada a modelagem de elementos finitos e de contorno cuja simulação numérica é realizada no domínio do tempo, para problemas transientes que considera uma formulação matemática da pressão sonora, desenvolvida por Coyette [1]. O método de elementos de finitos, mais conhecido por FEM (Finite Element Method), é uma técnica numérica que pode ser usada para simular diversos problemas reais. Em problemas onde o domínio acústico é limitado, o problema é dito interior, como por exemplo, a predição do campo acústico dentro de uma cavidade, como é o caso no interior do canal auditivo humano. A geometria de um problema é representada por uma malha de elementos,

que consiste em uma série de pontos chamados de nós na superfície do corpo modelado, os quais são conectados uns aos outros para formar os elementos.

A expressão que governa a propagação de ondas acústicas de pequena amplitude, num meio acústico homogêneo é dada pela equação da onda linear. Para a sua solução esta equação é complementada com condições iniciais, no tempo zero, condições de contorno de pressão sonora e de impedância ao longo do contorno da superfície S, do domínio V.

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad x \in V, t \geq 0$$

(1)

onde,

$p(x,t)$ : pressão acústica num ponto x do domínio V, no tempo t

c: velocidade do som

$\rho$ : densidade do meio.

O conjunto das equações discretizadas pode ser expresso na forma matricial na equação (4), a qual representa um sistema de equações diferenciais lineares de segunda ordem, cuja solução pode ser obtida por procedimentos normalizados que resolvem as equações diferenciais com coeficientes constantes para cada incremento no tempo,  $\Delta t$ , de modo a obter a distribuição de pressão sonora como resposta.

$$[M]\{\ddot{p}\} + [C]\{\dot{p}\} + [K]\{p\} = \{F_A\}$$

(2)

onde,

$\{F_A\}$ : Vetor de forças acústicas nodais, proporcional à aceleração normal, imposta como condição de contorno nas faces da malha de elementos finitos

[M]: Matriz de massa, independente do incremento no tempo

[C]: Matriz de amortecimento, independente do incremento no tempo

[K]: Matriz rigidez, independente do incremento no tempo

A solução geral dos sistemas de equações diferenciais na forma matricial pode ser obtida usando o método de solução de integração direta. Na integração direta as expressões da equação (2) são integradas usando um procedimento numérico incremento a incremento, que consiste em satisfazer a equação (2) em intervalos de tempos discretos,  $\Delta t$ ; e em assumir as primeiras e segundas derivadas das pressões, dentro de um intervalo de tempo  $\Delta t$  [2].

#### Método de Elementos de Contorno no Domínio do Tempo

O uso do método de elementos de contorno BEM (Boundary Element Method) também pode ser usado para resolver problemas de propagação de ondas sonoras, no domínio do tempo. O uso de técnicas numéricas com integrais de contorno é mais recente, mas estes métodos têm algumas vantagens versus os métodos de discretização do domínio, como por exemplo a redução da dimensionalidade do problema. O procedimento de BEM transiente utilizado é a integração direta no tempo que oferece mais eficiência.

A equação (1) que representa equação da onda linear pode ser reescrita como uma equação integral. O campo de pressão sonora pode ser expresso como uma integral que estima valores de pressão na superfície e o seu gradiente normal [2]. Então a função de Green associada com a equação da onda é:

$$c(y)p(y,t) = \int_0^t \left[ \int_S [q(x,\tau)p'(x,y,t) - p(x,\tau)q'(x,y,t')] ] dS(x) \right] d\tau + \int_0^t \left[ \int_V \rho \frac{\partial \gamma(x,\tau)}{\partial t} p'(x,y,t') dV(x) \right] d\tau$$

(3)

onde,

p: pressão sonora

q: gradiente normal da pressão acústica

p': função de Green da equação da onda transiente

q': derivada normal da função de Green da equação da onda transiente

y: ponto no qual a pressão sonora é calculada

x: ponto na superfície S

t: tempo no qual a pressão é calculada

$\tau$ : tempo no intervalo [0, t]

$t'$ : diferença de tempo (t- $\tau$ )

c(y): coeficiente que depende da posição do ponto y

$$c(y) = 1 \quad \text{se } y \in V$$

$$c(y) = 0.5 \quad \text{se } y \in S$$

Na discretização transforma-se a equação integral num sistema de equações que considera a pressão na superfície e os gradientes de pressão para todos os incrementos no tempo  $\Delta t$  [3].

$$[A]\{p\} = [B]\{q\} + \{S\}$$

(4)

{p} : Vetor de pressão na superfície nodal

{q} : Vetor do gradiente de pressão normal nodal

[A], [B] : Matriz dos coeficientes

#### Protetor Auditivo Tipo Tampão

Um protetor auditivo é uma barreira acústica que deve proteger parte do ouvido e reduzir o ruído transmitido via aérea que chega ao tímpano. O funcionamento de um protetor auditivo depende de suas características físicas e geométricas, além das características fisiológicas e anatômicas do usuário. Os protetores auditivos tipo tampão são inseridos e usados no canal auditivo para selar sua entrada. Dependendo da sua construção, o protetor tampão convencional pode ser modelado como um simples elemento de resistência acústica localizado no canal auditivo, e ser considerado como um sistema massa-mola que inclui a massa do próprio tampão. Mas, devem ser levadas em conta as suas propriedades físicas que permitem caracterizá-lo, tais como densidade, velocidade do som, porosidade, resistividade ao fluxo do ar e fator estrutural [4].

#### Ruído Impulsivo

O ruído impulsivo é um ruído transiente que surge como o resultado de uma rápida descarga de energia, na maioria das vezes elétrica ou química, na atmosfera. As características físicas destes impulsos são amplamente dependentes da geometria, da escala da fonte e do ambiente onde eles se propagam. O impulso produzido por uma explosão ao ar livre produz um único pico de pressão sonora. Os fatores físicos de primeira importância para um sinal do tipo impulsivo são:

i) Nível de Pressão Sonora Pico: valor máximo de pressão sonora para um tempo t, expresso em dB, tendo como referência uma pressão de 20  $\mu\text{Pa}$ .

- ii) Tempo de Subida: tempo decorrido para a pressão sonora ir do valor zero até o máximo (pico).
- iii) Duração A: duração da principal onda de pressão no caso de formas de ondas simples, devido a impulsos altamente amortecidos num campo sonoro não reverberante [5].

Impulso Clássico de Friedlander (Onda com Duração Tipo A)

O impulso instantâneo de energia de uma fonte pontual num campo livre, isto é, num campo sem superfícies refletoras, produz uma pressão sonora no tempo. Um impulso com características deste tipo é referenciada como uma onda de Friedlander. Pode ser observado na Figura 1, que a diferença entre os tempos  $t_1$  e  $t_0$  é definida como o tempo de subida, alcançando o nível de pressão sonora pico no tempo  $t_1$ . O tempo que leva a pressão ao primeiro retorno a zero é  $t_2$ , e a Duração A corresponde a diferença entre  $t_2$  e  $t_1$ . A parte final do impulso estende-se até  $t_3$ , por aproximadamente seis vezes a Duração A antes que a pressão retorne novamente a zero, na prática menos que 1% do nível pico [6].

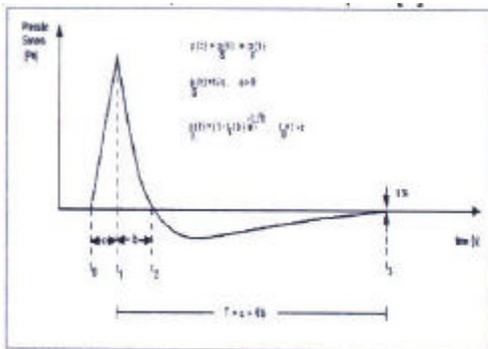


Figura 1 – Impulso Friedlander ideal com tempo de subida finito c.

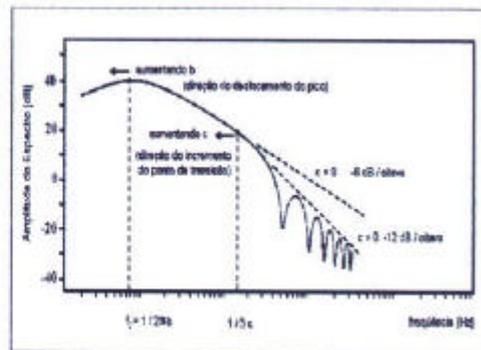


Figura 2 - Espectro de um impulso ideal, com tempo de subida finito c.

O impulso de Friedlander é ideal no sentido que a pressão sonora, no domínio do tempo, pode ser modelada pela equação (5). A qual leva em conta um tempo de subida finito c e dela pode ser obtido um conjunto de relações para o espectro e para a fase. A adição de um tempo de subida finito pode ser modelada com a equação (5) e sua forma pode ser observada na Figura 1.

$$p(t) = p_s(t) + p_f(t) \tag{5}$$

$$p_s(t) = t/c \quad 0 \leq t \leq c \tag{6}$$

$$p_f(t) = \left[ 1 - \frac{t-c}{b} \right] e^{-\frac{(t-c)}{b}} \quad t \geq c \tag{7}$$

Esta onda de Friedlander tem uma representação alternativa no domínio da frequência, obtida a partir da transformada de Fourier, que tem uma forma particularmente conveniente que é expressa de forma simplificada, para  $c \ll b$  e para frequências tais que  $(b \gg 1)$ , na equação (8).

$$|P(\omega)| = (\sqrt{2} / \omega^2 c) [1 - \cos(\omega c)]^{1/2} \tag{8}$$

Da equação (8) pode ser mostrado que para frequências  $f \gg 1/2(b$  o envelope da amplitude do espectro declina  $-12$  dB/oitava. Isto é verdadeiro para todas as frequências acima de  $f = 1/3c$ .

Para frequências abaixo de  $f = 1/3c$ , o envelope do espectro é similar ao de um impulso ideal com tempo de subida zero. O ponto de transição, entre os incrementos de  $-6$  e  $-12$  dB/oitava, se movimenta para as frequências baixas na medida que incrementa  $c$  [6]. Estas relações são apresentadas esquematicamente na Figura 2.

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO NUMÉRICA COM FEM E BEM**

O canal auditivo humano externo foi simulado considerando uma geometria simples de um tubo fechado, de três dimensões, de 30 mm x 8 mm x 8mm, com seção de corte retangular. A malha de elementos finitos que simula o tubo uniforme reto foi gerada como um modelo tridimensional no espaço  $xyz$ , utilizando-se elementos finitos tipo fluido, que são usados para modelar problemas em meios fluidos e nas interações da interface fluido-estrutura. O tamanho do elemento foi definido como 2 mm x 2 mm. São impostas as condições iniciais e de contorno para o sistema, nos elementos, nas superfícies (face superior, inferior e laterais) e no extremo final do canal (impedância acústica do tímpano). A excitação externa é um sinal sonoro impulsivo obtido de ensaios experimentais usando uma fonte sonora do tipo descarga de ar comprimido (tubo de choque). A resposta de pressão sonora, no tempo, é estimada para o canal auditivo simulado *sem* o protetor tipo tampão, usando o programa Sysnoise 5.4. As representações gráficas deste impulso, tanto para FEM como para BEM, no domínio do tempo e da frequência, aplicando transformada Fourier, são mostradas nas Figura 3 e 4, respectivamente. É definida a impedância acústica do tímpano no extremo final, na posição  $x = 30$  mm e a pressão sonora impulsiva que excita os nós na entrada do canal, na posição  $x = 0$  mm.

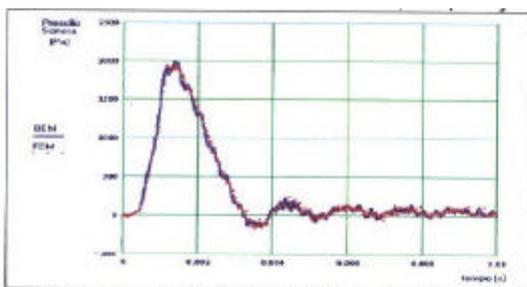


Figura 3 – Comparação entre FEM e BEM para o sinal de excitação, no tempo.

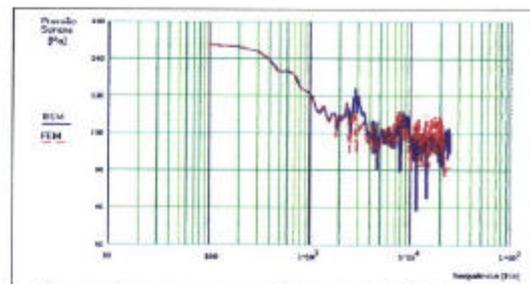


Figura 4 – Comparação entre FEM e BEM para o sinal de excitação, na frequência.



Figura 5 – Canal auditivo humano simulado, com o protetor tipo tampão.

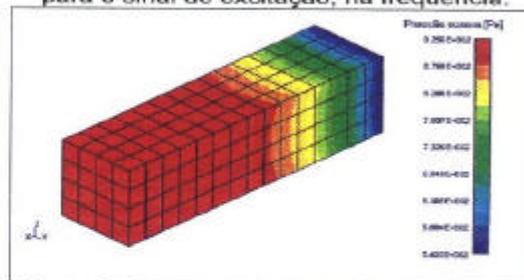


Figura 6 – Resposta de pressão sonora, com protetor auditivo, usando FEM.

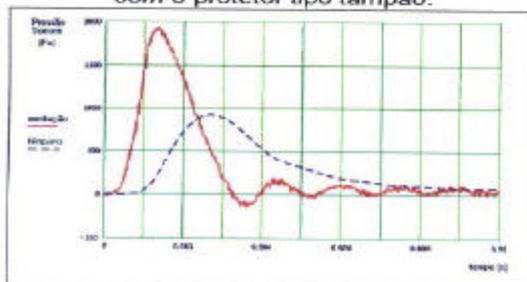


Figura 7 – Comparação entre os sinais impulsivos, no tempo, *sem* e *com* o tampão.

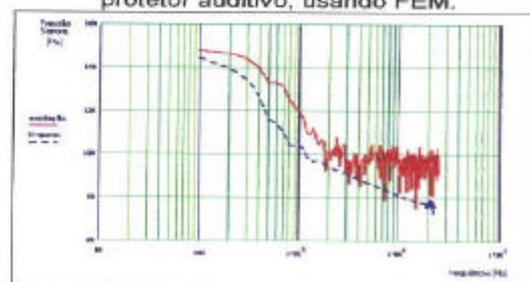


Figura 8 – Comparação dos sinais, na frequência, *sem* e *com* o tampão.

Os dados requeridos para uma resposta transiente, usando FEM, consideram as propriedades do material fluido, neste caso o ar (entre 20 e 30 mm), ou seja, a velocidade do som (343 m/s) e a densidade do ar (1,21 kg/m<sup>3</sup>). As propriedades do material absorvente do protetor auditivo tipo tampão são assumidas como sendo: velocidade do som (320 m/s), densidade (98 kg/m<sup>3</sup>), fator estrutural (7,9), porosidade (0,9) e resistividade (25.000 Ns/m<sup>3</sup>), as quais são aplicadas aos elementos da malha entre 0 e 20 mm. As condições iniciais são impostas para todos os nós com valor 0 (zero) de pressão e derivada da pressão. As condições de contorno de pressão sonora impulsiva são distribuídas nos nós na posição 0 mm. Nas paredes do canal reto é utilizado o valor de impedância de 10<sup>4</sup> Ns/m<sup>5</sup>, cujo valor que é imposto nas faces superior, inferior e laterais da malha do canal auditivo simulado. O valor de impedância acústica para o tímpano humano foi fixado em 10<sup>8</sup> Ns/m<sup>5</sup> [7], estabelecida na extremidade do tubo reto, na posição 30 mm (ver Figura 5). A distribuição de pressão sonora no interior do tubo que simula o canal auditivo, com o uso do tampão pode ser observado na Figura 6. As respostas comparativas entre os sinais de excitação e a pressão sonora no tímpano, com o uso do protetor auditivo, usando FEM, são apresentadas nas Figura 7 e 8.

## CONCLUSÕES

Foi resolvido o problema de propagação de onda sonora, no domínio do tempo, utilizando os métodos de elementos finitos (FEM) e de contorno (BEM), para um tubo tridimensional de seção retangular, que simula o canal auditivo externo humano. Foi possível usar FEM e BEM no caso de propagação do impulso sonoro, ao interior do canal simulado, quando o material existente na cavidade auditiva é tratado como um fluido homogêneo. Ao considerar um material poroso, como é o tampão de proteção auditiva, a técnica numérica que permitiu aplicar este tipo de condições de contorno foi o FEM, o método BEM permitiu tratar o interior do modelo como uma cavidade homogênea, para o qual pode ser usada a densidade e a velocidade do som, isto é, a impedância acústica do material. Desta forma comprova-se que o BEM é um método mais limitado, em termos da quantidade de tipos de materiais diferentes que possam ser usados. Ambos métodos FEM e BEM mostram características bastante atrativas versus a simulação numérica no domínio da frequência.

Cabe destacar que um apropriado incremento no tempo, ( $t$ , na integração direta é de muita importância e deve levar em consideração os conceitos de estabilidade e precisão da solução no esquema de integração. Assim, a técnica de elementos finitos e de contorno podem ser usadas com confiança para resolver problemas de acústica transiente, portanto a simulação numérica é uma válida e poderosa ferramenta para a quantificação da atenuação de ruído impulsivo de protetores auditivos tipo tampão.

## REFERÊNCIAS

- [1] Coyette, J-P., Application of Finite Element and Boundary Element Models to Transient Acoustic Problems, Numerical Integration Technologies, Belgium, IX International Conference on Vehicle Structural Mechanics and CAE April 4-6, 1995.
- [2] Theoretical Manual –Complement, Sysnoise Rev. 5.0. Numerical Integration Technologies N. V., Belgium, 1993.
- [3] Coyette, J-P., Workshop on Transient Acoustics, Sysnoise User's Meeting, Leuven, 19-21 June 1995.
- [4] Gerges, S. N. Y., Ruido, Fundamentos y Control, Edición Español, 1998.
- [5] Smoorenburg, G. F., Assessment of Hearing Protector Performance in Impulsive Noise, Final Report, TNO Human Factors Research Institute, November 1996.
- [6] Smeathem, D. and Wheeler, P. D., On the Performance of Hearing Protectors in Impulsive Noise, Applied Acoustics, Vol. 54, No. 2, p. 165-181, 1998.

[7] Vergara, E. F. M., Modelagem Numérica e Medições Acústicas de Protetores Auditivos para Ruídos Impulsivos, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 1999.