

## Modelo físico matemático para el diseño y análisis de recintos cerrados desde el punto de vista acústico

*Alicia Giménez Pérez, Albert Marín Sanchis*

*Laboratorio de Acústica Industrial (L.A.I.). E.T.S. Ingenieros Industriales  
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA  
Camino de Vera 14. Edificio D5 Bajo. 46022- Valencia*

### 1.-OBJETIVO

Con este modelo se persigue la obtención de las principales variables que definen el campo acústico en el interior de un recinto cerrado. Además, dada la gran variedad de actividades que pueden desarrollarse en él, será capaz de calificar su comportamiento acústico en función del uso a que esté destinado.

### 2.- PLANTEAMIENTO GENERAL

Su desarrollo se basa fundamentalmente en el Método de Rayos, aunque se han introducido diversas variaciones como son:

- \* La utilización de la presión y la velocidad de partícula como variables de cálculo, obteniendo a partir de ellas la intensidad acústica.
- \* La representación del "rayo sonoro" por un cono.
- \* La representación del receptor como un punto sin dimensiones.
- \* La emisión de rayos desde la fuente, realizada estadísticamente.
- \* El tratamiento estadístico dado a los resultados obtenidos en el receptor.
- \* La consideración de procesos de difusión y difracción, mediante combinación de métodos estadísticos y numéricos.

La caracterización del comportamiento acústico del recinto se resuelve por medio de su función de transferencia, la componente en  $w$  de la cual se obtiene alimentando al recinto con una señal armónica pura, de pulsación  $w$ , y dividiendo la amplitud de la señal de salida obtenida con la de la entrada. Esto, sin embargo hace que, al existir en el interior de la sala sólo una frecuencia, sea imposible obviar los fenómenos de interferencia y, por tanto, la utilización de la energía acústica transportada como magnitud principal. Por otro lado, dado que la señal de salida a considerar, dependerá del tipo de recinto de que se trate, es decir, de la utilización a la que vaya a estar destinado, se consideran como señales de salida del sistema, las presiones acústicas y velocidades de partícula en un punto de la sala, obtenidas agrupando las ondas que en cada caso sean necesarias.

### 3.- MODELIZACION DE LA SALA

El recinto se supone formado por paredes planas de orientación espacial cualquiera que forman su contorno. Cada pared queda definida por cuatro vértices, formando un cuadrilátero plano convexo. Con el fin de optimizar la búsqueda de la pared con la que choca el rayo, las paredes se numerarán de forma que cualquier rayo choque siempre entre sus posibilidades, con la de numeración más baja.

Los "obstáculos" situados en el interior del recinto, serán también cuadriláteros convexos que, al poder ser impactados por los rayos en sus dos caras, se definirán mediante 2 cuadriláteros, orientados en sentidos opuestos, y numerados dentro del orden establecido para las paredes

El receptor, no será una modelización del oyente físico, sino un punto del recinto en donde nos interesa obtener determinadas características acústicas.

#### 4.- GENERACION DEL RAYO

##### Fuentes

En el interior del recinto se considera la existencia de múltiples fuentes sonoras, supuestas todas puntuales y de cualquier direccionalidad, caracterizadas por su "poder",  $Q$ , y su factor de directividad,  $H$ . Así la presión y velocidad de partícula provocadas en un punto situado a una distancia  $r$  en la dirección  $(\theta, \varphi)$ , de una fuente vienen dadas por:

$$p = \rho_0 i H(\theta, \varphi) \frac{Q}{r} e^{-ikr} \quad \frac{p}{v} H(\theta, \varphi) \frac{Q}{r} \left( \frac{k}{w} i + \frac{1}{wr} \right) e^{-ikr} \frac{p}{r}$$

Las fuentes que no fuera posible considerar como puntuales, se modelizan considerando sobre su superficie las fuentes puntuales necesarias y con los poderes y directividades precisas.

##### Número de Rayos.

Uno de los puntos fundamentales en el método de rayos, es establecer el número de rayos en que se divide la fuente sonora, su distribución sobre la esfera que la circunda, la cantidad de ellos cuya trayectoria por el recinto se sigue, y la interpretación de los resultados que se obtienen sobre el receptor. En el presente trabajo, se ha optado por un tratamiento estadístico, realizando el seguimiento de una muestra aleatoria simple de rayos, y validando su tamaño mediante la dispersión de los resultados que proporciona. Este método, además, permite establecer un rango de probabilidad de dichos resultados, permitiéndonos variar los parámetros estadísticos en el caso de que el rango no fuera adecuado a la aplicación concreta.

El proceso, en resumen es el siguiente: si dividimos la fuente puntual en  $N$  rayos sonoros y asignamos como característica a cada uno de ellos la presión sonora que provoca en el receptor tras todo su recorrido por la sala, la experiencia de escoger uno de estos rayos constituirá una variable aleatoria. Si en vez de uno cogemos  $n$ , tendremos  $n$  variables aleatorias independientes, de la misma distribución (media  $m$  y varianza  $\sigma^2$ ), de forma que su suma tenderá a la distribución  $N(m_i=n m, \sigma_i^2=n \sigma^2)$  al crecer  $n$ . Si tomamos ahora  $n_t$  muestras, que nos proporcionan los totales  $t_1$  a  $t_{n_t}$  y calculamos su media,  $t$ , y su varianza  $s^2$ , de la definición de la distribución  $T$  de Student podemos obtener, con el grado de confianza deseado, el intervalo de probabilidad de la media de los totales, y, de él el de los totales que corresponderían a los  $N$  rayos.

#### 5.- SEGUIMIENTO

##### Reflexión Sobre las Paredes

En el choque del rayo sonoro con las paredes, se ha considerado que éstas pueden no ser lisas, es decir, que contengan rugosidades, como lo es en muchas de las situaciones con las que nos encontramos en los recintos cerrados. Así, en el impacto de la onda, una fracción  $(1-D)$  de ella se reflejará de forma especular, mientras que la restante,  $D$ , lo hará, suponiendo una distribución aleatoria de las irregularidades, en todas las demás direcciones del semiespacio.

El comportamiento especular de las superficies lo caracterizaremos por el "coeficiente de reflexión",  $R$ , definido como el factor complejo por el que se debe multiplicar la amplitud de la presión incidente para obtener la de la reflejada, de forma que la amplitud de la presión reflejada especularmente tendrá de valor:  $p_r = (1-D) R p_i$

Para el tratamiento de la difusión en paredes rugosas utilizamos los planteamientos expuestos por Morse, adaptados al método de rayos en el que, fundamentalmente, operamos, utilizando para la evaluación final de la aportación de este proceso, las ideas de Gerlach y Kruzins, que plantean un proceso estadístico de intercambio de energía entre las paredes de la sala, adaptadas a nuestras variables de cálculo.

Este cálculo se basa en el planteamiento de la ecuación integral de Helmholtz - Kirchhoff sobre el semiespacio superior a la superficie, permitiéndonos al final igualar el campo difuso en un punto al que tendría si sobre cada  $dS$  de la parte rugosa existiese una fuente puntual de poder espectral direccional función de la presión incidente, de la impedancia de la pared, y de un nuevo parámetro de la superficie, el "coeficiente de rugosidad", que mide el tamaño de las irregularidades.

Para incorporar este fenómeno al método de rayos y evitar que el proceso crezca indefinidamente, se acumula sobre cada pared, el producto de la presión incidente por la superficie abarcada por el rayo, obteniendo una presión incidente media que utilizar en la expresión del poder de las fuentes elementales, tratando así la difusión independientemente del seguimiento

Ahora bien, las ondas difusas emitidas por la pared, llegarán también a las demás paredes, generando allí una nueva densidad superficial que, a su vez, colaborarán por difusión a la presión en el receptor. El desa-

rollo de este intercambio entre paredes, y de éstas al receptor, nos obliga a definir dos tipos de matrices, formadas con lo que hemos denominado "factores de forma" entre paredes y de paredes a receptores, y que se definen a partir de las características geométricas relativas entre ellos.

#### *Difracción*

La consideración de obstáculos en el interior del recinto exige considerar el fenómeno de la difracción, por el cual, en los puntos situados en la zona de "sombra" acústica del obstáculo no es nulo el campo. El cálculo teórico de este problema se realiza también en base al planteamiento de la ecuación de Helmholtz Kirchoff integrada sobre una superficie que envuelva al receptor, habiendo adoptado para su resolución las siguientes hipótesis: a) presión nula en la cara interior del obstáculo. b) la presencia de la placa no altera significativamente el campo en los puntos de la superficie. c)  $|K r| \gg 1$ , siendo  $r$  la distancia del punto a la placa

El resultado de este desarrollo es que el campo en el receptor es igual al que tendría de no existir el obstáculo menos el que tendría si sobre cada  $dS$  de dicho obstáculo existiera una fuente elemental de poder direccional función de la presión incidente sobre la placa. Esto significa que la presencia del obstáculo hace variar el campo en cualquier posición del espacio pero en el cálculo lo limitamos a los receptores llamados "asociados".

Por otra parte, de forma análoga a lo ocurrido en la difusión, con el fin de no ralentizar de manera acusada el proceso de seguimiento, la incorporación de este fenómeno se realiza acumulando sobre cada receptor asociado las presiones directas debidas a las fuentes imágenes correspondientes a los rayos que le alcanzarían de no chocar con el obstáculo, y sobre cada obstáculo las presiones que le llegan de estos rayos obteniendo una presión incidente total sobre él. Asimismo, en este cálculo se hace también uso del concepto anterior de "factor de forma", esta vez entre el obstáculo y su receptor asociado.

#### *Cálculo de las magnitudes acústicas en el receptor*

Dado que el receptor es un punto y en el modelo el rayo no es una línea sino un ángulo sólido definido por una dirección, se considera que el rayo llega al receptor cuando éste se encuentre en el interior del ángulo sólido que la dirección de aquél representa.

Establecidas pues las condiciones de llegada del rayo al receptor, las características acústicas que éste recibe serán las propias de una onda que fuera emitida desde la fuente imagen correspondiente a la última reflexión

Por último, a la contribución debida a los rayos que le alcanzan en sus recorridos, se añadirán las correspondientes a los fenómenos de difusión y difracción que se producen en la sala, como se ha indicado en puntos anteriores.

De esta forma se obtendrán los valores correspondientes a una muestra de  $n$  rayos. En el cálculo total, el proceso se repite  $n_r$  veces aplicándose finalmente el tratamiento estadístico descrito anteriormente para obtener las variables definitivas.

### **6.- RESULTADOS**

Terminado todo el proceso, los resultados que se obtienen en cada punto receptor son:

- a) Para cada frecuencia: Amplitud compleja, y márgenes de confianza y coeficientes de regresión de las partes real e imaginaria de la presión. Nivel equivalente y niveles extremos en decibelios. Amplitudes complejas, márgenes de confianza y coeficientes de regresión de las componentes cartesianas de la velocidad de partícula. Nivel y versor director de la intensidad
- b) Para la suma lineal de las 6 frecuencias: Nivel equivalente de presión. Nivel y versor director de la intensidad
- c) Para la suma ponderada  $A$  de las 6 frecuencias: Nivel equivalente de presión. Nivel y versor director de la intensidad

### **7.- VERIFICACION DEL MODELO**

La validación del modelo se llevó a cabo mediante la comparación de los resultados obtenidos en diversas medidas realizadas en el Salón de Actos de la E.T.S.I. Industriales de la Universidad Politécnica de Valencia, de 18x9x3 m. y 144. asientos, con los proporcionados por el modelo aplicado en él.

Para la aplicación del modelo la sala fue simulada mediante 52 puntos, y 26 paredes. Se realizaron 25 lanzamientos de 5000 rayos cada uno, con la fuente dividida en 10000 porciones, y un nivel de confianza para los cálculos estadísticos establecido en el 95%. La fuente sonora considerada fue puntual esférica, con una

emisión direccional según un diagrama de direccionalidad con simetría de revolución. Los niveles de potencia tomados fueron de 99, 102, 107, 104, 102 y 97 dB para las frecuencias de 125, 250, 500, 1000, 2000 y 4000 Hz respectivamente, valores correspondientes a los de la fuente sonora patrón que se usó en las medidas experimentales.

La comparación de estos resultados mostró una buena concordancia entre ellos, quedando la curva experimental, en la mayoría de los casos, dentro del rango probable de niveles obtenido, cuya amplitud se situaba entre 2 y 3 dB.

#### **8.- CONCLUSIONES**

Como conclusión cabe indicar que en el modelo realizado se ha conseguido incorporar de forma eficiente al método de rayos, en el que fundamentalmente se basa, razonamientos y análisis propios de otros métodos, abriendo así el camino al tratamiento de fenómenos ondulatorios en la acústica geométrica. Por otro lado, elementos como la simulación del receptor mediante un punto sin dimensiones, la utilización de la presión y la velocidad de partícula como variables de cálculo o el tratamiento estadístico dado a los resultados, le confieren una mayor posibilidad de conocimiento del campo respecto los tradicionales modelos basados en la acústica geométrica.

#### **9.- REFERENCIAS**

- 1.- **Marín A.** "Modelo físico - matemático para el diseño y análisis de recintos cerrados desde el punto de vista acústico". Tesis doctoral, Valencia 1994.
- 2.- **Giménez A.** "Contribución al estudio de la acústica en recintos cerrados. Aplicación a salas de conciertos" Tesis doctoral, Valencia 1987.
- 3.- **Morse P., Ingard K.** "Theoretical acoustics". Princenton University Press. New Jersey 1986
- 4.- **Gerlach R.** "The reverberacion process as Markoff chain, theory and initial model experiments" International Symposium of Architectural Acoustics. Edimburgo 1975.