

SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL EFECTO DEL AMORTIGUAMIENTO DE LA MEMBRANA TIMPÁNICA HUMANA SOBRE LA RESPUESTA DINÁMICA DEL OÍDO MEDIO

Luis Caminos^{1*}

Antonia Lima-Rodríguez¹

José García-Manrique¹

Antonio González-Herrera¹

¹Departamento de ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación. Universidad de Málaga. España

RESUMEN

Los Modelos en Elementos Finitos (MEF) son ampliamente usados para estudiar y comprender el comportamiento del sistema auditivo humano. La membrana timpánica (MT), cumple un rol fundamental en la transmisión de sonido ya que transforma la energía acústica proveniente del canal auditivo, en energía mecánica vibracional que transmite a la cadena osicular y luego es conducida al interior de la cóclea para finalmente convertirse en una señal eléctrica en el cerebro que se interpreta como un sonido. La vibración de la MT condiciona la eficiencia en la transmisión de sonido y depende de su forma geométrica, distribución de la masa, rigidez, amortiguamiento y condiciones de contorno como la presión de sonido y restricciones de desplazamiento. En el rango de frecuencias audibles, el amortiguamiento juega un papel fundamental. No existe consenso en el tipo de amortiguamiento utilizado en los modelos de la literatura especializada; las propuestas más comunes son el amortiguamiento de Rayleigh y modelos viscoelásticos. Esta investigación pretende estudiar el efecto de ambos. Para tal fin se hace un análisis armónico a un MEF del oído medio y se calcula la función de transferencia con cada modelo. Finalmente, los resultados se contrastan con valores experimentales tomados de la literatura.

ABSTRACT

Finite Element Models (FEM) are widely used to study and understand the behavior of the human auditory system. The tympanic membrane (TM) plays a fundamental role in the transmission of sound since it transforms the acoustic energy traveling the ear canal into mechanical vibrational energy transmitted to the ossicular chain and is then conducted into the cochlea to finally become an electrical signal in the brain that is interpreted as a sound. The vibration of the MT determines the efficiency of sound transmission and depends on its geometric shape, mass distribution, stiffness, damping and boundary conditions such as sound pressure and

displacement restrictions. In the audible frequency range, damping plays a fundamental role. There is no consensus on the type of damping used in the models in the specialized literature; The most common proposals are Rayleigh damping and viscoelastic models. This research aims to study the effect of both. For this purpose, a harmonic analysis is carried out using MEF of the middle ear and the transfer function is calculated with each model. Finally, the results are contrasted with experimental values taken from the literature.

Palabras Clave— Elementos Finitos, Membrana timpánica, amortiguamiento.

1. INTRODUCCIÓN

Los MEF del oído humano son una herramienta fundamental para comprender el funcionamiento de este complejo sistema. Estos modelos permiten desarrollar diversos estudios (estáticos y dinámicos) sobre geometrías muy cercanas a las reales. Sin embargo, para poder desarrollar los cálculos numéricos es fundamental conocer no solo la geometría sino también los parámetros que definen los modelos de comportamiento de los materiales de cada componente.

En los tejidos vivos, es complejo medir experimentalmente dichos parámetros. Esta tarea se realiza en la mayoría de los casos a través de métodos de calibración de modelos numéricos, sobre la base de una respuesta conocida, como es el caso de desplazamientos, velocidades o aceleraciones de algún punto del sistema, medidas bajo ciertas condiciones, utilizando oídos reales. Dentro de la literatura especializada existe cierto consenso sobre los modelos y parámetros que definen algunos de estos materiales. Sin embargo, todavía existe mucha incertidumbre en algunos aspectos como es el caso del amortiguamiento.

Por otra parte, es bien conocido la gran influencia que tiene la MT en la eficiencia de transmisión de sonido desde el canal auditivo hasta la cóclea. Una forma de medir dicha eficiencia es a través de la función de transferencia del umbo y se calcula dividiendo la velocidad compleja del umbo (dada

* **Autor de contacto:** lfcaminos@uma.es

Copyright: ©2023 First author et al. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 3.0 Unported License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

por su módulo y ángulo de fase), por la presión de sonido aplicada a la membrana timpánica. Esta magnitud tiene unidades de m/s/Pa.

Esta investigación pretende mostrar la influencia del tipo de amortiguamiento sobre la función de transferencia del umbo. Para tal fin se desarrolló un modelo viscoelástico de la MT, sobre la base de los resultados de [1]. Los resultados de este modelo se comparan con un modelo elástico lineal usando el amortiguamiento de Rayleigh con $\alpha = 0 \text{ s}^{-1}$ y $\beta = 0.75 \times 10^{-4} \text{ s}$ [2].

En los próximos apartados se muestra una breve descripción del modelo viscoelástico, resultados y conclusiones.

2. MODELO VISCOELÁSTICO

En este estudio, la caracterización del tejido de la MT humana, a partir de sus propiedades mecánicas dinámicas, se hace sobre la base de considerar el material isótropo y homogéneo, siguiendo un comportamiento viscoelástico análogo al modelo generalizado de Maxwell.

Este modelo estará formado por un sólido lineal estándar (SLS) conectado en paralelo con tres ramas tipo Maxwell (Figura 1), bajo la suposición de que el material presenta una distribución de tiempos de relajación en el rango de frecuencias audibles (de 20 a 20000 Hz).

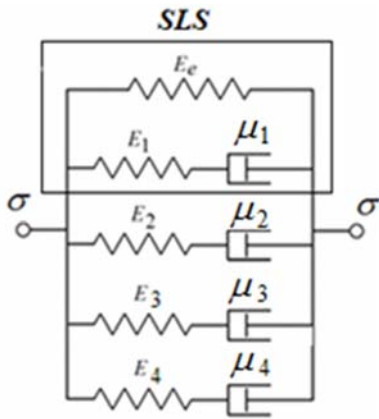


Figura 1. Modelo viscoelástico (SLS). El modelo requiere de 9 constantes.

El módulo complejo $E^*(\omega)$ en el dominio de la frecuencia se obtiene de la Ec. 1.

$$E^*(\omega) = \left(E_e + \sum_{j=1}^N \frac{E_j \tau_j^2 \omega^2}{1 + \tau_j^2 \omega^2} \right) + i \left(\sum_{j=1}^N \frac{E_j \tau_j \omega}{1 + \tau_j^2 \omega^2} \right) \quad (1)$$

La parte real de la Ec. 1 corresponde al módulo de almacenamiento (*storage*) E' y la parte imaginaria es el

módulo de pérdidas (*loss*) E'' mostrados en Ec. 2 y Ec. 3 respectivamente.

$$E' = E_e + \sum_{j=1}^N \frac{E_j \tau_j^2 \omega^2}{1 + \tau_j^2 \omega^2} \quad (2)$$

$$E'' = \sum_{j=1}^N \frac{E_j \tau_j \omega}{1 + \tau_j^2 \omega^2} \quad (3)$$

Donde E_e , es la rigidez del resorte del SLS; E_j y τ_j , representan los parámetros de la j ésima rama del sólido y ω la frecuencia angular de las ondas de tensión y deformación.

Los valores calculados para las 9 constantes son los siguientes: $E_e = 17.41 \text{ MPa}$; $E_1 = 7.92 \text{ MPa}$; $E_2 = 4.92 \text{ MPa}$; $E_3 = 4.36 \text{ MPa}$; $E_4 = 3.46 \text{ MPa}$; $\tau_1 = 0.00756 \times 10^{-3} \text{ s}$; $\tau_2 = 0.0582 \times 10^{-3} \text{ s}$; $\tau_3 = 0.47 \times 10^{-3} \text{ s}$; $\tau_4 = 4.79 \times 10^{-3} \text{ s}$.

El valor medio del factor de pérdidas η para todo el rango de frecuencias es 0.14 y se tomará como referencia para el modelo en elementos finitos.

3. MODELO EN ELEMENTOS FINITOS

En esta investigación se usa el MEF del oído medio humano desarrollado por [3], por lo tanto, se mencionan solo aquellos datos que se consideren relevantes para el desarrollo del trabajo.

3.1. Modelo geométrico y discretización.

El modelo geométrico utilizado por [3], se desarrolló utilizando mediciones registradas en la literatura especializada, tomadas en oídos promedios de cadáveres que no presentaban ningún tipo de patología. Este incluye la membrana timpánica, anillo timpánico, cadena osicular, ligamentos y tendones suspensorios.

Posteriormente dicho modelo se discretiza a través del programa de elementos finitos ANSYS, empleando los tipos de elementos como una función directa de la geometría y de las suposiciones que se toman respecto a las leyes que rigen el comportamiento dinámico de los materiales involucrados en la presente investigación.

Para la MT y anillo timpánico se usan elementos triangulares tipo SHELL181, asumiendo espesores uniformes de 0.075 mm y 0.2 mm respectivamente. Por lo tanto en esta investigación no se tomará en cuenta la variación del espesor de la membrana timpánica. Para toda la cadena osicular incluyendo el manubrio del martillo se emplean elementos tetraédricos SOLID185, de cuatro nodos y seis grados de libertad en cada nodo; este mismo se aplica para modelar las articulaciones incudomaleolar e incudoestapedial, así como el ligamento posterior del yunque y el tendón del estribo.

El tendón del tensor del tímpano y los ligamentos anterior, lateral y superior del martillo, se modelan como elementos lineales tipo viga con seis grados de libertad en cada nodo (BEAM188). Finalmente el ligamento anular del estribo se supone como una banda elástica alrededor de la placa podal de 0.1 mm de ancho y 0.1 mm de espesor utilizando elementos SHELL181. La Figura 2 muestra el modelo geométrico discretizado, señalando sus partes componentes.

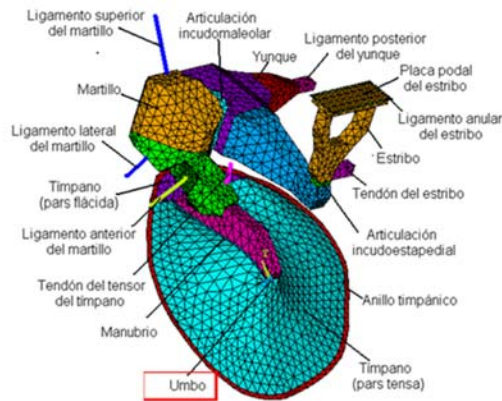


Figura 2. Modelo discretizado del oído medio humano.

Las propiedades mecánicas de las partes del modelo, con excepción del módulo de Young de la membrana timpánica, se toman de los valores medios comúnmente aceptados en la literatura, tal y como se muestra Tabla 1. La mayor parte de la información procede de la calibración de modelos numéricos.

Con el fin de simplificar las simulaciones, se usará el mismo factor de amortiguamiento calculado para la membrana timpánica ($\eta = 0.14$), en todos los elementos que están formados por tejido blando (ligamentos, tendones y articulaciones).

En el caso del modelo lineal elástico se usará un módulo de Young para la pars tensa y flácida de 32 y 10 MPa respectivamente.

3.2. Condiciones de contorno.

Los ligamentos y tendones que sirven de soporte a la cadena osicular se unen a los huesos correspondientes en uno de sus extremos a través de nodos comunes sin restricciones impuestas. Los nodos del otro extremo se fijan completamente (restricción total), simulando la conexión con el hueso de la cavidad timpánica. De manera similar el anillo timpánico se restringe completamente de movimiento, fijando los nodos del contorno exterior.

El efecto de la onda de sonido se cuantifica como una carga de presión aplicada directamente sobre la cara externa de la MT. Para el análisis armónico, los resultados se

estudiarán a un nivel de presión de sonido de 90 dB, el cual corresponde a un módulo de presión de 0.632 Pa.

Tabla 1. Propiedades de los materiales que componen el modelo en elementos finitos.

Componente	Densidad ρ (Kg/m ³)	Módulo de Young E (N/m ²)	Módulo de Poisson ν	Factor de pérdidas η (De 0.02 a 20 kHz)
Membrana timpánica: Pars tensa Pars flácida	1.2x10 ³ [4] 1.2x10 ³ [4]	Modelo Viscocelást. [18.3 - 33.8]x10 ⁶ [18.3 - 33.8]x10 ⁶ Valores entre: 0.020 y 20 kHz	0.3 ^d 0.3 ^d	0.14 0.14
Martillo	1.9x10 ³ [5]	1.41x10 ¹⁰ [8]	0.3 [7]	0
Yunque	1.9x10 ³ [5]	1.41x10 ¹⁰ [8]	0.3 [7]	0
Estribo	1.9x10 ³ [5]	1.41x10 ¹⁰ [8]	0.3 [7]	0
Anillo timpánico	1.2x10 ³ (supuesto)	6x10 ⁵ [7]	0.3 [7]	0.14
Manubrio	1.0x10 ³ [6]	4.7x10 ⁹ [6]	0.3 [7]	0.14
Tendón tensor del tímpano	2.5x10 ³ [6]	2.6x10 ⁶ [6]	0.3 [7]	0.14
Ligamento lateral del martillo	2.5x10 ³ [6]	6.7x10 ⁴ [7]	0.3 [7]	0.14
Ligamento anterior del martillo	2.5x10 ³ [6]	2.1x10 ⁶ [7]	0.3 [7]	0.14
Ligamento superior del martillo	2.5x10 ³ [6]	4.9x10 ⁴ [7]	0.3 [7]	0.14
Ligamento posterior del yunque	2.5x10 ³ [6]	6.5x10 ⁶ [9]	0.3 [7]	0.14
Tendón del estribo	2.5x10 ³ [6]	5.2x10 ⁵ [6]	0.3 [7]	0.14
Ligamento anular del estribo	2.5x10 ³ [6]	2x10 ⁵ [10]	0.3 [7]	0.14
Articulación Incudomaleolar	3.2x10 ³ [7]	1.41x10 ¹⁰ [7]	0.3 [7]	0.14
Articulación Incudoetapial	1.2x10 ³ [7]	6x10 ⁵ [11]	0.3 [7]	0.14

La carga coclear se construye sobre la base de sustituir la impedancia acústica de la cóclea, por una impedancia mecánica equivalente como se indica en [3].

3.3. Ecuaciones gobernantes.

A continuación, se describen las ecuaciones que modelan los dos enfoques que se analizan en el presente trabajo.

En el modelado numérico de la MT, el amortiguamiento de Rayleigh es un clásico y probablemente el método más común para construir fácilmente la matriz de amortiguamiento $[C]$ de la forma:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (4)$$

Donde $[C]$, $[M]$ y $[K]$ son las matrices de amortiguamiento, masa y rigidez de la estructura respectivamente. Las constantes α y β dependen del material y como es bien conocido se pueden determinar experimentalmente; sin embargo, en el caso de los modelos numéricos de la MT y demás componentes del oído medio, estas constantes se han determinado a través de la calibración de los propios modelos. En esta investigación para un modelo lineal elástico de la MT, se toman los valores calculados por [2], $\alpha = 0 \text{ s}^{-1}$ y $\beta = 0.75 \times 10^{-4} \text{ s}$.

En el caso del modelo viscoelástico el amortiguamiento de Rayleigh se sustituye por el amortiguamiento histerético o estructural, el cual lleva intrínseco las pérdidas por las fricciones internas del material y que se puede cuantificar por medio del factor de pérdidas η . Este factor se puede incluir en las propiedades elásticas del material a través del módulo complejo como se indica a continuación:

$$E^*(\omega) = E'(\omega)[1 + i\eta(\omega)] \quad (5)$$

Todos los elementos componentes del oído medio se tratarán utilizando la Ec. (5). La diferencia en la aplicación de dicha expresión radica en el hecho que solo aquellos elementos que conforman la MT se consideran con módulo complejo variable como función de la frecuencia (Ec. (1) y Ec. (2)), mientras que los demás elementos (ligamentos, tendones huesos y articulaciones), se suponen con módulo constante (ver Tabla 1).

Por otra parte, y como se dijo anteriormente el factor de pérdidas es constante en el rango de frecuencias a estudiar ($\eta = 0.14$), para todos los elementos que conforman el tejido suave y se toma como cero, para los elementos sólidos que constituyen la cadena osicular, lo cual es consistente con un comportamiento de sólido completamente elástico (ver Tabla 1).

En el caso viscoelástico la ecuación gobernante del movimiento del sistema para el análisis será:

$$[M]\{\ddot{u}^*\} + [C]\{\dot{u}^*\} + [K^*]\{u^*\} = \{F^*\} \quad (6)$$

donde los vectores $\{\ddot{u}^*\}$, $\{\dot{u}^*\}$ y $\{u^*\}$ son la aceleración, velocidad y desplazamiento complejo de los nodos respectivamente, el vector $\{F^*\}$ representa la fuerza armónica externa aplicada al sistema y que en este estudio en particular vendría dada por las fuerzas nodales que se generan debido a la presión de sonido armónica sobre la cara del tímpano.

La matriz $[M]$ es la matriz de masa estructural, $[K^*]$ es la matriz de rigidez compleja de la estructura, la cual se determina como:

$$[K^*] = [[K] + i[K'']] \quad (7)$$

La matriz $[K]$ se calcula usando el módulo de almacenamiento $E'(\omega)$ y $[K'']$ se determina usando la parte imaginaria del módulo complejo $E'' = E'(\omega)\eta$.

La matriz de amortiguamiento $[C]$, se genera a partir de la matriz de amortiguamiento de los elementos que se utilizan para simular la carga de la cóclea [3], tal como se indica a continuación:

$$[C] = \sum_{j=1}^n [C_j] \quad (8)$$

Donde n representa el número de elementos y $[C_j]$ es la matriz de amortiguamiento de cada elemento tipo amortiguador (carga de la cóclea).

La Ec. (6) permitirá calcular el módulo y ángulo de fase de los desplazamientos y las velocidades del nodo correspondiente al umbo (ver Figura 2). Este nodo servirá de referencia para medir la respuesta dinámica del sistema en el análisis armónico.

4. RESULTADOS

Para validar el modelo planteado, se utilizan las mediciones experimentales realizadas por [12]. En estas se usa dos huesos temporales frescos (TB1 y TB2) que no presentaban historia clínica de enfermedades otológicas. En ambos huesos fueron removidos: canal externo, cóclea, yunque, estribo, tendón tensor del tímpano, ligamento anular del estribo, ligamento posterior del yunque. Sólo se deja intacto el anillo timpánico con la MT, el martillo y el ligamento anterior del martillo.

En ambas muestras se midió la velocidad del umbo para un rango de frecuencias de 0.07 a 20 kHz, aplicando presiones de sonido sobre la superficie de la membrana de 80 a 100 dB_{SPL} y se determinó la función de transferencia.

Para poder simular este experimento a través del modelo numérico, se tomaron solo las partes involucradas. En este caso el modelo se compone de: anillo timpánico, membrana timpánica, manubrio, martillo y ligamento anterior del martillo (ver Figura 2).

Se aplicó una carga de presión armónica de 90 dB_{SPL} equivalente a 0.632 Pa, sobre la cara externa de la membrana y se procedió al análisis armónico abarcando un rango de frecuencias entre 0.1 y 20 kHz. Se calcularon los desplazamientos y velocidades complejas correspondientes al nodo ubicado en la zona del umbo y se obtuvo la función de transferencia del umbo.

Las Figuras 3 y 4 muestran las curvas experimentales y resultados de los modelos numéricos del módulo de la

función de transferencia del umbo y ángulo de fase, respectivamente.

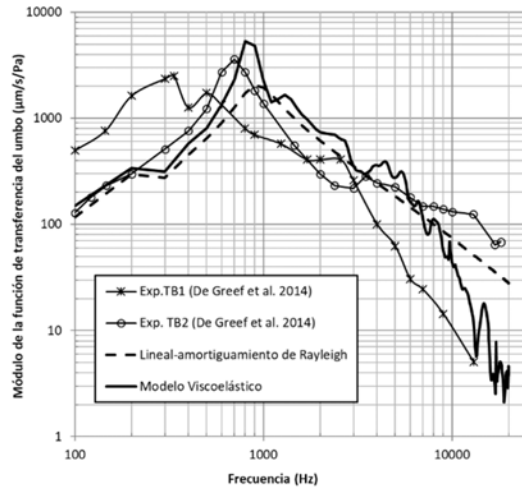


Figura 3. Módulo de la función de transferencia del umbo vs. frecuencia.

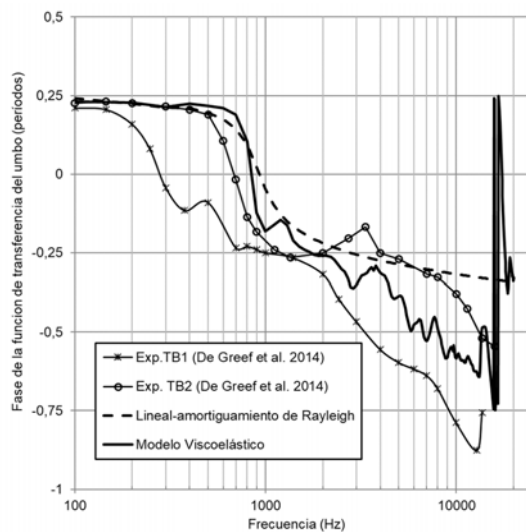


Figura 4. Fase de la función de transferencia vs frecuencia.

En cada una de las mediciones experimentales se presenta un pico característico (Cerca de 300 Hz en TB1 y 600 Hz en TB2), donde la función de transferencia alcanza una magnitud máxima y el ángulo de fase pasa por cero. Sin embargo, el pico en TB1 resulta más amortiguado con una transición más suave del ángulo de fase.

Se puede observar también que en ambas mediciones existen tres zonas de comportamiento particular a lo largo del rango de frecuencias. La primera se presenta por debajo de la frecuencia donde ocurre el primer pico; aquí el movimiento del umbo está en fase con la onda de presión. Este comportamiento se comprueba al observar que el desfase

entre la función de transferencia y la presión se mantiene en aproximadamente 0.25 periodos, lo cual es consistente con el comportamiento en fase entre la presión y el desplazamiento y a su vez es consistente con la respuesta dinámica de un oscilador mecánico simple que está dominado por su rigidez.

La segunda zona se encuentra entre la frecuencia del primer pico y los 2 a 3 kHz, donde la fase se hace más negativa por el efecto del amortiguamiento y es consistente con el aumento de la reactancia debido a la inercia del sistema. La tercera zona aparece luego de los 2 ó 3 kHz, la fase se hace más negativa superando los -0.25 periodos, lo cual implica patrones de vibración más complejos que no se pueden explicar a través de elementos mecánicos simples.

Tanto el modelo con amortiguamiento de Rayleigh y el viscoelástico presentan las tres zonas características señaladas en las curvas experimentales, sin embargo, el modelo de amortiguación viscoelástico proporciona un módulo de elasticidad complejo más ajustado a la respuesta dinámica en función de la frecuencia.

Este efecto es más notorio en alta frecuencia (> 2000 Hz), donde se puede observar el comportamiento característico oscilatorio. Con el modelo de Rayleigh, los resultados se muestran con una curva suave que va ascendiendo hasta el primer pico pero que luego comienza a descender con el aumento de la frecuencia sin captar las oscilaciones características de la membrana. Esto último se puede apreciar mejor en la variación de la fase (Figura 4), donde la transición es mucho menos pronunciada después del primer pico enmascarando el comportamiento oscilatorio.

El efecto del modelo de amortiguamiento sobre la función de transferencia del umbo, es un indicativo de cómo este puede afectar la transmisión de sonido a través del oído medio humano. Sin embargo, es importante valorar modelos de comportamiento de los demás componentes de tejido blando como ligamentos, tendones y articulaciones para comprender mejor su papel individual y en conjunto en la transmisión de sonido en general.

5. CONCLUSIONES

Esta investigación, permitió caracterizar el tejido de la MT humana, sobre la base de un comportamiento viscoelástico, cuya respuesta dinámica es análoga al modelo generalizado de Maxwell, constituido por elementos mecánicos simples (resortes y amortiguadores).

Una vez definida la ecuación constitutiva del modelo, ésta se pudo implementar en un programa de elementos finitos para simular la respuesta dinámica de la MT a través de la función de transferencia del umbo.

El desarrollo de la presente investigación representa un avance importante en el estudio del comportamiento dinámico de la MT humana al incorporar valores del módulo complejo y factor de pérdidas dentro de un modelo en elementos finitos. La importancia radica en el hecho de que

los valores de estas propiedades mecánicas se originan a partir de mediciones experimentales y no a través de calibración numérica como se ha venido haciendo en el modelado del sistema auditivo; obteniendo resultados que se aproximan aún más al comportamiento real del tejido en condiciones dinámicas. La incorporación de estas propiedades también permitirá ampliar la aplicación de los modelos virtuales a otros fines como el diseño y mejora de prótesis o detección de patologías a nivel de la membrana timpánica.

[12] De Greef, D., Aernouts, J., Aerts, J., Cheng, J., Horwitz, R., Rosowski, J., Dirckx, J. Viscoelastic properties of the human tympanic membrane studied with stroboscopic holography and finite element modelling. *Hearing Research*, 312(1), 69-80, 2014.

6. REFERENCIAS

- [1] Zhang X., Gan RZ. Dynamic properties of human tympanic membrane based on frequency-temperature superposition. *Ann Biomed Eng*, 41:205–214, 2013^a.
- [2] Gan RZ, Sun Q., Feng B., Wood MW. Acoustic-structural coupled finite element analysis for sound transmission in human ear–pressure distributions. *Med Eng Phys*, 28:395–404, 2006.
- [3] Caminos L., Garcia-Manrique J., Lima-Rodriguez A., Gonzalez-Herrera A.. Analysis of the mechanical properties of the human tympanic membrane and its influence on the dynamic behaviour of the human hearing system. *Appl Bionics Biomech*, 2018.
- [4] Williams, K., Lesser, T. A finite element analysis of the natural frequencies of vibrations of human tympanic membrane. Part I. *British Journal of Audiology*, 24(5), 319-327, 1990.
- [5] Weistenhöfer, C., Hudde, H. Determination of the shape and inertia properties of the human auditory ossicles. *Audiology & Neuro-Otology*, 4(3-4), 192-196, 1999.
- [6] Koike, T., Wada, H., Kobayashi, T. Modeling of the human middle ear using a finite element method. *Journal of the Acoustical Society of America*, 111(3), 1306-1317, 2002.
- [7] Sun, Q., Gan, R., Chang, K., Dormer, K. Computer-integrated finite element modeling of human middle ear. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, 1(2), 109-122, 2002.
- [8] Speirs, A., Hotz, M., Oxland, T., Häusler, R., Nolte, L. Biomechanical properties of sterilized human auditory ossicles. *Journal of Biomechanics*, 32(5), 485-491, 1999.
- [9] Gan, R., Feng, B., Sun, Q. Three-dimensional finite element modeling of human ear for sound transmission. *Annals of Biomedical Engineering*, 32(6), 847-859, 2004.
- [10] Gan, R., Sun, Q., Feng, B., Wood, M. Acoustic-structural coupled finite element analysis for sound transmission in human ear–pressure distributions. *Medical Engineering & Physics*, 28(5), 395-404, 2006.
- [11] Prendergast, P., Ferris, P., Rice, H., Blayney, A. Vibro-acoustic modelling of the outer and middle ear using the finite-element method. *Journal Audiology & Neuro-Otology*, 4(3-4), 185-191, 1999.