

REDUCCIÓN DEL RUIDO DE RODADURA FERROVIARIO MEDIANTE DISPOSITIVOS AMORTIGUADORES DE CAPA RESTRINGIDA CONSIDERANDO MODELOS VISCOELÁSTICOS INTEGRALES

Xavier Garcia-Andrés^{1*}

José Martínez-Casas¹

Francisco David Denia¹

Astrid Pieringer²

Wolfgang Kropp²

¹ Instituto de Ingeniería Mecánica y Biomecánica (I2MB), Universitat Politècnica de València, Valencia, España

² Division of Applied Acoustics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Suecia

RESUMEN

En el presente trabajo se modeliza el comportamiento vibroacústico de una rueda ferroviaria que incorpora un dispositivo amortiguador de capa restringida (constrained layer damping - CLD). Este mecanismo de control de vibraciones y ruido, compuesto por una capa de material viscoelástico situada entre el velo de la rueda y una capa externa encargada de mantenerla restringida contra este, se ha mostrado como un método eficaz para reducir el ruido de rodadura. Para su estudio, se ha desarrollado una metodología que combina el uso de modelos viscoelásticos avanzados, capaces de considerar la dependencia de las propiedades del material con la frecuencia, con un modelo vibroacústico integral de la rueda, capaz de tener en cuenta la axisimetría (con vistas a reducir el coste computacional) y los efectos giroscópicos del sistema, entre otros aspectos. Con la herramienta desarrollada, se ha calculado la variación del nivel de potencia acústica radiada por la rueda con amortiguamiento para distintas configuraciones de capa viscoelástica, mostrando sus buenas prestaciones.

ABSTRACT

The present work models the vibroacoustic behaviour of a railway wheel incorporating a constrained layer damping (CLD) device. This vibration and noise control mechanism, consisting of a layer of viscoelastic material placed between the wheel web and an external layer in charge of keeping it constrained on the web, has been shown to be an effective method for reducing rolling noise. In order to study such a technique, a methodology has been developed that combines the use of advanced viscoelastic models, which can consider

the dependence of material properties with the frequency, with a comprehensive vibroacoustic model of the wheel, capable of taking into account axisymmetry (aiming to reduce the computational cost) and the gyroscopic effects of the system, among other factors. With the developed tool, the variation of the sound power level radiated by the damped wheel for different viscoelastic layer configurations has been computed, showing its good performance.

Palabras Clave— Ruido, rueda, ferrocarril, amortiguamiento de capa restringida, viscoelasticidad.

1. INTRODUCCIÓN

El ferrocarril es un medio de transporte eficaz y poco contaminante que, ante la inminente necesidad que tenemos como sociedad de reducir nuestras emisiones de gases contaminantes y hacer frente al cambio climático, está llamado a desempeñar un papel cada vez más importante en el transporte de mercancías y personas. Sin embargo, el ruido de rodadura se ha destacado como una fuente principal de contaminación acústica en áreas urbanas, lo que puede tener un impacto significativo en la calidad de vida de los residentes y se relaciona con la aparición de problemas severos de salud cuando se sobrepasan ciertos niveles [1].

Para hacer frente a esta situación, se han explorado distintas soluciones como, por ejemplo, el cambio a zapatas de freno de material compuesto en los trenes de mercancías [2], la búsqueda de diseños óptimos para ruedas y vías desde el punto de vista acústico [3, 4, 5], la aplicación de soluciones de amortiguación como las ruedas resilientes [6], los amortiguadores de tipo sándwich [7, 8] y el uso de dispositivos amortiguados de capa restringida (CLD) [9].

* Autor de contacto: xagaran@upv.es

Copyright: ©2023 X. Garcia-Andrés et al. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 3.0 Unported License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

Específicamente, la utilización de CLD se ha mostrado como un método muy prometedor para la reducción del ruido en la rueda [9, 10], con reducciones observadas de hasta 10 dB [11]. El diseño de este tipo de dispositivos consiste en una capa de un material polimérico viscoelástico combinada con una lámina metálica, encargada de restringir la deformación de la primera capa, que se encuentra unida con la estructura que se pretende amortiguar, en el caso que nos ocupa, la rueda. Al generarse vibración, se produce cizallamiento en la capa viscoelástica con la consiguiente disipación energética y reducción de la radiación acústica asociada [12]. Por consiguiente, para una descripción precisa de la radiación acústica de la rueda cuando está presente un CLD, es necesario caracterizar adecuadamente la viscoelasticidad del material polimérico, incluida la dependencia con la frecuencia de sus propiedades. Los modelos clásicos utilizados para ello, tales como los de Maxwell y Kelvin-Voigt, no representan completamente todo el espectro del comportamiento viscoelástico. Por lo tanto, se requiere el desarrollo e implementación de aproximaciones más realistas del comportamiento del material, como los modelos de Zener [13] y Burgers [14], capaces de considerar tanto la deformación elástica como la plástica de este tipo de materiales. Dicha inclusión de la viscoelasticidad y la dependencia de sus propiedades con la frecuencia implica también que el cálculo modal será de naturaleza no-lineal [15].

En el presente trabajo se propone una metodología capaz de calcular el ruido de rodadura radiado por una rueda ferroviaria con un tratamiento CLD, considerando conjuntamente el comportamiento viscoelástico dependiente de la frecuencia del material polimérico y un modelo vibroacústico integral completamente axisimétrico de una rueda en rotación. Para el cálculo de las propiedades modales, además, se considera un algoritmo iterativo de cálculo de autovalores (*Iterative Eigenvalue Solver* - IES). Posteriormente, se calculan diferentes configuraciones de rueda y CLD, y se estudian las variaciones en la radiación acústica resultante cuando se toma como referencia una rueda sin CLD.

2. METODOLOGÍA

Para el cálculo del ruido de rodadura emitido por una rueda con CLD, se utiliza un modelo vibroacústico capaz de obtener el campo vibratorio de la superficie, combinado con la incorporación de modelos de viscoelasticidad avanzados para la caracterización del CLD que consideran la dependencia de las propiedades del material con la frecuencia. Para una descripción más exhaustiva del modelo vibroacústico, se remite al lector al trabajo de Andrés *et al.* [16]. El modelo dinámico utilizado considera una rueda en rotación y tiene en cuenta tanto los efectos del movimiento de sólido rígido del eje montado como la flexibilidad de la rueda y los efectos giroscópicos e inerciales asociados a la rotación. La inclusión

de las propiedades axisimétricas de la rueda garantiza una descripción precisa del comportamiento vibroacústico completo en tres dimensiones a partir de un marco de referencia bidimensional como es la sección transversal de la rueda, aumentando considerablemente la eficiencia computacional [16]. De esta forma, la respuesta $\vec{w}$ de la rueda girando a una velocidad constante Ω siendo excitada por una fuerza de contacto $\vec{F}_c$ a una frecuencia angular ω se expresará mediante:

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + 2i\omega\Omega \mathbf{V} + \mathbf{K} + i\omega \mathbf{C} + \Omega^2 \mathbf{A}) \vec{w} = \vec{F}_c \quad (1)$$

donde $\mathbf{M}$, $\mathbf{K}$ y $\mathbf{C}$ son las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento, respectivamente, la matriz $\mathbf{V}$ representa la fuerza inercial a causa de la aceleración de Coriolis y $\mathbf{A}$ está relacionada con la aceleración convectiva [17]. Estas matrices se expresarán como una función del número de diámetros nodales de cada uno de los modos de vibración considerados durante el cálculo. Para la obtención de la fuerza de contacto $\vec{F}_c$, se tiene en cuenta el comportamiento dinámico global de todos los componentes que intervienen en la interacción rueda/vía [18].

Se debe tener en cuenta que, debido a la inclusión de un material viscoelástico dependiente de la frecuencia en el CLD, las matrices que rigen la dinámica del sistema también presentarán esta dependencia. Por tanto, será necesario evaluar las matrices de la Ec. (1) para cada frecuencia considerada en el cálculo del nivel de potencia acústica (*Sound power Level* – SWL o L_W). Esta dependencia con la frecuencia también deberá ser tenida en cuenta para la obtención de las propiedades modales. Además, las propiedades viscoelásticas se caracterizan mediante la consideración de una rigidez compleja, tal y como se explica en la Sección 2.1, obteniéndose así una matriz de rigidez compleja $\mathbf{K}^*$. Para el cálculo de los modos de vibración $\vec{\psi}_n$, las frecuencias naturales ω_n y el respectivo factor de pérdidas del modo ξ_n , utilizaremos el IES [19] para la resolución de la ecuación modal

$$(\lambda_n^{*2} \mathbf{M} + \mathbf{K}^*(\omega)) \vec{\psi}_n = 0 \quad (2)$$

donde λ_n^* es el autovalor complejo correspondiente al modo n , definido como $\lambda_n^{*2} = \omega_n^2 (1 + i \xi_n)$ [19].

Para resolver la Ec. (2), se considerará que una frecuencia ω corresponde a una frecuencia natural ω_n cuando el error absoluto $\delta_n = \omega - \omega_n = \epsilon_{tol}$, donde la tolerancia $\epsilon_{tol} = 1 \cdot 10^{-9}$. Así, el IES consistirá en un proceso iterativo en el que, para cada uno de los modos considerados, se realizará un proceso de optimización que minimizará el correspondiente δ_n , usando para ello el método de la secante.

Seguidamente, podremos resolver la dinámica del sistema y obtener la velocidad de vibración en cada punto de la

superficie de la rueda. A partir de ello, se calculará la potencia acústica radiada como [16, 20]

$$W_w = \rho_{air} c_{air} \sum_n (\sigma_{z,n} S_z \langle \tilde{v}_{z,n}^2 \rangle + \sigma_{r,n} S_r \langle \tilde{v}_{r,n}^2 \rangle) \quad (3)$$

donde ρ_{air} es la densidad del aire, c_{air} hace referencia a la velocidad del sonido en el aire, $\sigma_{i,n}$ se define como la eficiencia de radiación [20] del modo n en la dirección $i = z, r$, los términos S_z y S_r corresponden a las proyecciones de la superficie de la rueda en la dirección z axial y r radial, respectivamente, y $\langle \tilde{v}_{i,n}^2 \rangle$ es la velocidad cuadrática de la superficie de la rueda promediada en el espacio y el tiempo para el modo n en la dirección $i = z, r$.

El nivel de potencia acústica se expresará como

$$SWL = 10 \log_{10} \left(\frac{W_w}{W_0} \right) + A_{filtro} \quad (4)$$

siendo A_{filtro} el filtro para la ponderación de decibelio A y $W_0 = 10^{-12}$ W.

2.1. Modelos de comportamiento viscoelástico

Para un correcto análisis cuando se considera un CLD, debe de describirse de manera adecuada el comportamiento de la capa polimérica. Más concretamente, dicho material presentará un comportamiento viscoelástico, a medio camino entre los materiales elásticos lineales (con una relación proporcional entre tensión y deformación) y los líquidos viscosos (los cuales presentan resistencia al cizallamiento y a la deformación ante tensiones aplicadas).

Esto se caracterizará mediante la consideración de una rigidez compleja,

$$k_{vl} = k' + ik'' = k'(1 + i\eta_{vl}) \quad (5)$$

donde k' es la rigidez del material en función de la frecuencia y $\eta_{vl} = \frac{k''}{k'}$ es el factor de pérdidas, definido como la ratio entre energía disipada y energía potencial máxima por radián [21].

A la hora de determinar la rigidez compleja k_{vl} del material viscoelástico, en este trabajo se han considerado los modelos de Zener y Burgers, representados de manera esquemática en la Figura 1.

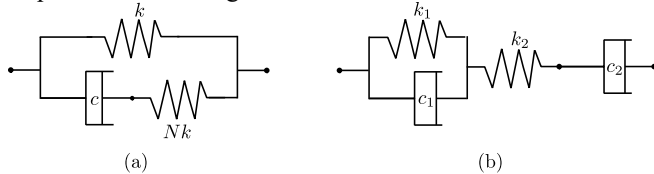


Figura 1. Esquema de los elementos considerados para definir la rigidez compleja k_{vl} para el modelo de (a) Zener y (b) Burgers.

Cuando se considera una aproximación de Zener [13], representada en la Figura 1(a), la rigidez compleja se definirá a partir de la combinación de un elemento elástico y otro amortiguador viscoso en serie, conjuntamente con otro elemento elástico en paralelo. Así, las componentes de k_{vl} se podrán expresar como

$$k' = \frac{k(1 + (N+1)[\omega c/(Nk)]^2)}{1 + [\omega c/(Nk)]^2} \quad (6)$$

$$\eta_{vl} = \frac{\omega c}{k(1 + (N+1)[\omega c/(Nk)]^2)}$$

En cuanto al modelo de Burgers [14], mostrado en la Figura 1(b), está compuesto por dos elementos en serie: uno de Maxwell, definido como un elemento elástico y un elemento amortiguador viscoso en serie, y otro de Kelvin-Voigt, formado por un elemento elástico y un elemento amortiguador viscoso en paralelo. De este modo, las componentes de k_{vl} vendrán dadas por

$$k' = \frac{\omega^2 c_2^2 k_2 [k_1(k_1 + k_2) + c_1^2 \omega^2]}{k_1^2 k_2^2 + [c_1^2 k_1^2 + 2c_1 c_2 k_2^2 + c_2^2 (k_1 + k_2)^2] \omega^2 + c_1^2 c_2^2 \omega^4} \quad (7)$$

$$\eta_{vl} = \frac{k_2 [k_1^2 + c_1(c_1 + c_2)\omega^2]}{\omega c_2 [k_1(k_1 + k_2) + c_1^2 \omega^2]}$$

3. CONFIGURACIÓN DE RUEDA CON CDL Y VÍA

En los cálculos presentados en este trabajo se ha considerado un tren operando a una velocidad de $V = 80$ km/h sobre un carril compuesto por una vía UIC60 sobre una base continua, cuyas propiedades se muestran en la Tabla 1.

Respecto a la configuración de rueda con CLD, se ha usado una rueda de velo recto con un radio $r_w = 0.45$ m y perfil S1002. El CLD se encuentra dispuesto sobre ambas superficies del velo de la rueda y está compuesto por una capa de material viscoelástico con un espesor de $d_{vl} = 0.001$ m y una capa externa de $d_{cl} = 0.001$ m de acero. Las propiedades de los materiales considerados se muestran en la Tabla 1, excepto el módulo de Young del material

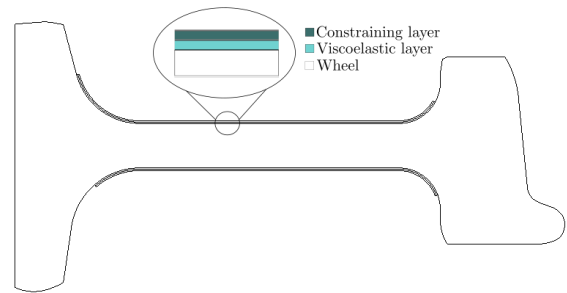


Figura 2. Sección transversal de la rueda con CLD considerada.

viscoelástico E_{vl} , que vendrá definido por la rigidez compleja k_{vl} obtenida según los modelos de material viscoelásticos descritos en la Sección 2.1. A modo ilustrativo, en la Figura 2 se muestra de manera esquemática la sección transversal de la rueda con CDL.

Tabla 1 Configuración de parámetros de CLD y base del carril

Capa viscoelástica		Capa externa	
Densidad ρ_{vl}	1340 kg/m ³	Densidad ρ_{cl}	7850 kg/m ³
Coefficiente de Poisson ν_{vl}	0.49	Coefficiente de Poisson ν_{cl}	0.3
Espesor d_{vl}	0.001 m	Espesor d_{cl}	0.001 m
		Módulo de Young E_{cl}	$2.1 \cdot 10^{11}$ N/m ²
		Factor de pérdidas η_{cl}	$1 \cdot 10^4$
Base		Vertical	Lateral
Rigidez de la placa de asiento k_p		$7.15 \cdot 10^8$ N/m ²	$5.5 \cdot 10^7$ N/m ²
Factor de pérdidas de la placa de asiento η_p		0.375	0.375
Rigidez del balasto k_b		$7.0 \cdot 10^7$ N/m ²	$3.5 \cdot 10^7$ N/m ²
Factor de pérdidas del balasto η_b		1.5	1.5
Masa de la traviesa por unidad de longitud m_{sl}		205 kg/m	

En cuanto a la interacción rueda/carril, se ha considerado una carga normal $F_0 = 50$ kN y una rugosidad definida de acuerdo con la norma EN 13979-1 [22], tomando en cuenta el filtro de contacto descrito en [18].

4. RESULTADOS

A continuación, se mostrarán los resultados obtenidos con la metodología propuesta de cálculo de SWL para la rueda con CLD. Usando la configuración de rueda descrita en la sección 3, se calculará la potencia acústica considerando los casos de comportamiento del material viscoelástico mediante el modelo de Zener y de Burgers y a continuación, se compararán con el SWL que se obtendría para la misma configuración de rueda si no se incorporara el CLD.

Cabe precisar que para todos los cálculos se han usado mallas compuestas por elementos finitos cuadráticos con un tamaño máximo de elemento de $h = 0.03$ m, considerando un total de 2466 grados de libertad (en la sección 2D).

Así, en el caso en que se considera una aproximación de Burgers, las propiedades de la capa de material polimérico se han definido con valores $k_1 = 4.29 \cdot 10^9$ N/m, $c_1 = 8.55 \cdot 10^5$ N s/m, $k_2 = 6.6 \cdot 10^{10}$ N/m y $c_2 = 4.44 \cdot 10^6$ N s/m.

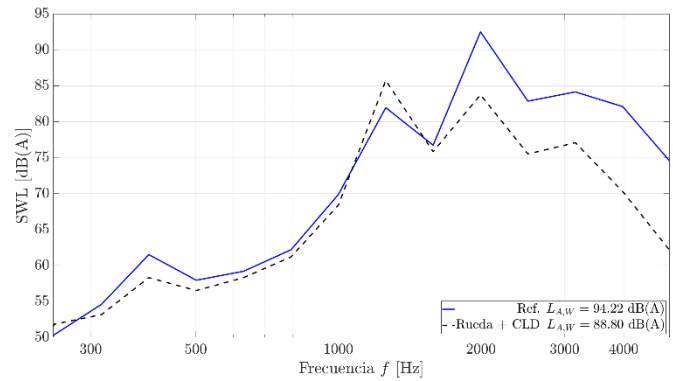


Figura 3. SWL de la rueda de referencia (—) y la rueda con CLD incorporado (- -) considerando el modelo de Burgers.

Tanto para este caso como cuando se considera el modelo de Zener, los parámetros que definen el comportamiento viscoelástico se han seleccionado con el objetivo de, en una primera aproximación, tratar de maximizar el amortiguamiento resultante en las frecuencias correspondientes a los modos de vibración de la rueda de referencia, buscando por tanto reducir la emisión de ruido en las regiones donde es más relevante. Si se observa el SWL resultante para este caso, expuesto en la Figura 3 y expresado en bandas de tercio de octava, se puede apreciar cómo se producen una disminución en la potencia acústica respecto a los valores de referencia, especialmente en el rango de altas frecuencias donde la contribución de la rueda al ruido de rodadura es más relevante. Así, la reducción total de ruido conseguida con el uso de CLD para este caso es de $\Delta L_{A,W} = 5.42$ dB(A), con la mayor parte de la mejora produciéndose a partir de la banda de 2000 Hz.

Cuando se considera el modelo de Zener, por otro lado, las propiedades del material viscoelástico consideradas son en este caso $k = 1.0 \cdot 10^9$ N/m, $c = 3.54 \cdot 10^5$ N s/m y $N = 15$. En la Figura 4 se muestra el SWL en bandas de tercio de octava obtenido para dicha configuración de rueda. La reducción de ruido de rodadura observada comparada con el caso de referencia es en este caso de $\Delta L_{A,W} = 5.10$ dB(A). De nuevo, la mayor parte de la reducción del ruido se da en las bandas de altas frecuencias.

Además de concentrar la reducción del ruido a partir de la banda de 2000 Hz, otro fenómeno que se puede observar tanto en la Figura 3 como en la Figura 4 es la aparición de un incremento de la radiación acústica en la banda de 1250 Hz. Con la introducción del CLD, se incrementa la participación del modo situado en la respectiva banda de tercio de octava, lo que se corresponde con el aumento de la potencia acústica en esa región. Aun así, dicho fenómeno no es significativo en comparación con la reducción total obtenida del ruido de rodadura.

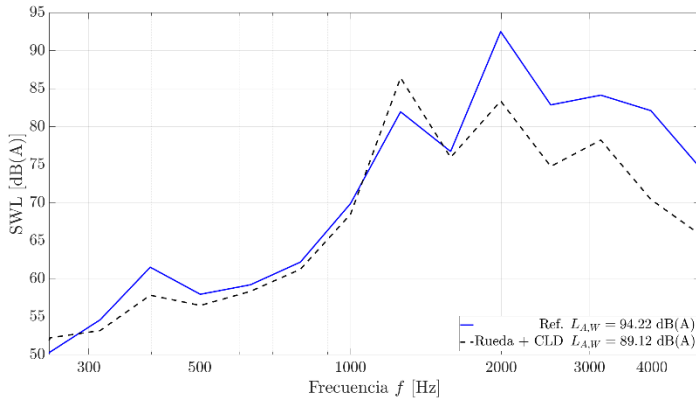


Figura 4. SWL de la rueda de referencia (—) y la rueda con CLD incorporado (- -) considerando el modelo de Zener.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha desarrollado una metodología de cálculo de la potencia acústica radiada correspondiente al ruido de rodadura de una rueda de ferrocarril cuando se aplica un dispositivo amortiguador de capa restringida (CLD) sobre la superficie del velo. Para ello, se combina un modelo vibroacústico integral de la rueda con modelos viscoelásticos avanzados de material, como Burgers y Zener, así como el uso de un método de cálculo iterativo para la resolución de la ecuación modal, dependiente de la frecuencia, debido a las propiedades viscoelásticas de la CLD. La comparación del comportamiento acústico de la rueda con CLD y el asociado a la de la rueda de referencia, muestra que la primera ofrece mejoras en el nivel total de potencia acústica radiada. En concreto, se han obtenido los valores $\Delta L_{A,W} = 5.42$ dB(A) y $\Delta L_{A,W} = 5.10$ dB(A) cuando se consideran los modelos de Burgers y Zener, respectivamente. Las reducciones se concentran en el rango de altas frecuencias, donde la rueda es la principal fuente de ruido de rodadura. De este modo, se considera que la metodología propuesta es prometedora y tiene potencial para su desarrollo y posterior utilización en la búsqueda de configuraciones óptimas de rueda y CLD que minimicen la radiación acústica.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer el apoyo recibido del Ministerio de Universidades, Unión Europea-Next Generation EU y la Universitat Politècnica de València (Margarita Salas, MS/35), la Ayuda para potenciar la investigación postdoctoral (PAID-PD-22) de la Universitat Politècnica de València, el proyecto PID2020-112886RA-I00 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y el Programa PROMETEO/2021/046 de la Generalitat Valenciana.

7. REFERENCIAS

- [1] R. Guski, D. Schreckenberg y R. Schuemer, «WHO Environmental Noise Guidelines for the European Region: A Systematic Review on Environmental Noise and Annoyance,» *International Journal of Environmental Research and Public Health*, vol. 14, 2017.
- [2] S. Bühler, «Methods and results of field testing of a retrofitted freight train with composite brake blocks,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 29 (3-5), pp. 1041-1050, 2006.
- [3] X. Garcia-Andrés, J. Gutiérrez-Gil, J. Martínez-Casas y F. D. Denia, «Wheel shape optimization approaches to reduce railway rolling noise,» *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 62 (5), pp. 2555 – 2570, 2020.
- [4] V. T. Andrés, J. Martínez-Casas, F. D. Denia y D. J. Thompson, «Influence study of rail geometry and track properties on railway rolling noise,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 525, pp. 116701, 2022.
- [5] J. Gutiérrez-Gil, X. Garcia-Andrés, J. Martínez-Casas, E. Nadal y F. D. Denia, «Optimized Perforation Schemes in Railway Wheels Toward Acoustic Radiation Mitigation,» *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 142 (4), pp. 041009, 2020.
- [6] A. Cigada, S. Manzoni y M. Vanali, «Vibro-acoustic characterization of railway wheels,» *Applied Acoustics*, vol. 69 (6), pp. 530-545, 2008.
- [7] I. Merideno, J. Nieto, N. Gil-Negrete, J. G. Giménez Ortiz, A. Landaberea y J. Iartza, «Theoretical prediction of the damping of a railway wheel with sandwich-type dampers,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333 (20), pp. 4897-4911, 2014.
- [8] I. Merideno, J. Nieto, N. Gil-Negrete, A. Landaberea y J. Iartza, «Constrained layer damper modelling and performance evaluation for eliminating squeal noise in trams,» *Shock and Vibration*, vol. 2014, pp. 473720, 2014.
- [9] C. J. C. Jones y D. J. Thompson, «Rolling noise generated by railway wheels with visco-elastic layers,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 231 (3), pp. 779-790, 2000.
- [10] J. C. O. Nielsen y C. R. Fredö, «Multi-disciplinary optimization of railway wheels,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 293 (3), pp. 510-521, 2006.
- [11] S. Cervello, G. Donzella, A. Pola y M. Scepi, «Analysis and design of a low-noise railway wheel,» *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 215 (3), p. 179 – 192, 2001.
- [12] L. Cremer, M. Heckl y B. A. T. Petersson, «Damping,» de *Structure-Borne Sound: Structural Vibrations and Sound Radiation at Audio Frequencies*, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2005, p. 149-235.
- [13] C. M. Zener, *Elasticity and anelasticity of metals*, University of Chicago Press, 1948.
- [14] N. Sugimoto y T. Kakutani, «‘Generalized Burgers’ equation’ for nonlinear viscoelastic waves,» *Wave Motion*, vol. 7 (5), pp. 447-458, 1985.
- [15] L. Rouleau, J.-F. Deü y A. Legay, «A comparison of model reduction techniques based on modal projection for structures

- with frequency-dependent damping,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 90, p. 110 – 125, 2017.
- [16] V. T. Andrés, J. Martínez-Casas, F. .. D. Denia y D. J. Thompson, «A model of a rotating railway wheel for the prediction of sound radiation,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 553, p. 117667, 2023.
- [17] J. Martínez-Casas, L. Mazzola, L. Baeza y S. Bruni, «Numerical estimation of stresses in railway axles using a train-track interaction model,» *International Journal of Fatigue*, vol. 47, p. 18 – 30, 2013.
- [18] D. J. Thompson, *Railway Noise and Vibration. Mechanisms, modelling and means of control*, 1 ed., Elsevier, 2010.
- [19] M. Gröhlich, M. Böswald y J. Wallaschek, «Viscoelastic damping design – A novel approach for shape optimization of Constrained Layer Damping treatments at different ambient temperatures,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 555, pp. 117703, 2023.
- [20] D. J. Thompson y C. J. C. Jones, «Sound radiation from a vibrating railway wheel,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 253 (2), p. 401 – 419, 2002.
- [21] J. D. Irwin y E. R. Graf, *Industrial Noise and Vibration Control*, Prentice-Hall, 1979.
- [22] CEN, «Railway applications – Wheelsets and bogies – Monobloc wheels – Technical approval procedure – Part 1: Forged and rolled wheels. EN-13979-1:2020,» 2020.
- [23] J. Martínez-Casas, J. Giner-Navarro, L. Baeza y F. D. Denia, «Improved railway wheelset–track interaction model in the high-frequency domain,» *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 309, pp. 642-653, 2017.
- [24] R. R. Craig y A. J. Kurdila, *Fundamentals of Structural Dynamics*, 2 ed., Wiley, 2006.